

ODICAL ROOM
ERAL LIBRARY
IV. OF MICH.

ANNALEN DER PHYSIK

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF,
G. u. E. WIEDEMANN, P. DRUDE

VIERTE FOLGE
BAND 69 HEFT 7/8
DER GANZEN REIHE 374. BANDES 7. u. 8. HEFT

KURATORIUM:
M. PLANCK, G. QUINCKE, W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK



L E I P Z I G

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Im Jahre 1922 erscheinen Bd. 67, 68 und 69 à 8 Hefte. Preis von Band 69 für Belgien, Luxemburg und Frankreich Fr. 47.—, Dänemark Kr. 20.—; England £ -19-; Finnland Marka 60.—; Holland fl. 11.—; Japan £ -19-; Italien Lire 60.—; Norwegen Kr. 24.—; Schweden Kr. 20.—; Schweiz Fr. 20.—; Spanien Pes. 24.—; U.S.A. \$ 4.—.

Ausgegeben am 4. Januar 1923.

Inhalt.

	Seite
1. Georg Joos. Theorie des Elektronenröhrengenerators . . .	505
2. Helmuth Kulenkampff. Über das kontinuierliche Röntgen- spektrum	548
3. Hildegard Stücklen. Beobachtungen über das Funken- potential	597
4. Hildegard Stücklen. Über den Einfluß von geringen Mengen Wasserdampf auf das Funkenpotential in Stickstoff	625
Namenregister zum Jahrgang 1922	628

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr Geh. Hofrat Prof. W. Wien übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **München, Leopoldstraße 91.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.



ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 69.

1. Theorie des Elektronenröhrengenerators; von Georg Joos.

(Münchener Habilitationsschrift.)

Inhalt: 1. Einleitung. 2. Die Bedingungen für das Einsetzen der Schwingungen. 3. Berechnung der Amplitude im stationären Zustand unter Vernachlässigung des Gitterstroms. 4. Der Einfluß des Gitterstroms. 5. Übertragung der Ergebnisse auf andere Schaltungen.

1. Einleitung.

a) Die allgemeinen Eigenschaften der Glühkathodenröhren mit Gitter:

Die Elektronenröhre mit Gitter (schematische Darstellung Fig. 1) ist zu einem unentbehrlichen Hilfsmittel nicht nur in der drahtlosen Telegraphie, sondern auch in den verschiedensten Zweigen der Experimentalphysik geworden. Betreffs eingehender Darstellung ihrer Eigenschaften sei auf die Arbeiten von Barkhausen¹⁾ und das Buch von Möller²⁾ verwiesen. Für die vorliegende Untersuchung sind folgende Punkte von Wichtigkeit:



Fig. 1.

1. Der von der Glühkathode ausgehende Strom freier Elektronen, der Emissionsstrom i_e , ist eine Funktion der Steuerspannung e_{st} , welche sich aus der Gitterspannung e_g und der Anodenspannung e_a annähernd linear zusammensetzt:

$$(1) \quad e_{st} = e_g + D e_a, \quad (2) \quad i_e = f(e_{st}) = f(e_g + D e_a).$$

Der Faktor D , der „Durchgriff“ der Anode ist nahezu konstant, d. h. von e_g und e_a unabhängig und von der Größenordnung einiger Prozente. Die Kleinheit von D hat zur Folge, daß eine kleine Änderung von e_g einer vielmal größeren

1) H. Barkhausen, Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie 14. S. 27. 1919; 16. S. 82. 1920; 18. S. 402. 1921.

2) H. G. Möller, Die Elektronenröhren, Braunschweig 1920.

Änderung von e_a äquivalent ist, eine Tatsache, auf der alle Anwendungen der Röhre beruhen.

2. Ist die Steuerspannung so groß, daß alle von der Kathode ausgesandten Elektronen entweder das Gitter oder die Anode erreichen, so vermag eine weitere Steigerung der Steuerspannung kein Anwachsen des Stroms mehr hervorzurufen, man hat Sättigungsstrom, der mit J_s bezeichnet wird. Der Sättigungsstrom hängt nur ab von der Ergiebigkeit der Elektronenquelle und diese bei gegebenen Apparatdimensionen von der Temperatur des Glühdrahts. Solange sie konstant gehalten wird, bleibt der Sättigungsstrom unverändert.

3. Der größte Teil der emittierten Elektronen fliegt durch die Maschen des Gitters durch zur Anode und erzeugt den Anodenstrom i_a . Bei positivem Gitter, und insbesondere dann, wenn das Gitterpotential dem der Anode nahe kommt, wird jedoch ein wesentlicher Teil der Elektronen vom Gitter selbst aufgefangen und gibt Anlaß zu einem Gitterstrom i_g . Dabei muß immer die Summe von Anoden- und Gitterstrom gleich dem Emissionsstrom sein:

$$(3) \quad i_s = i_a + i_g.$$

Da der Gitterstrom die Verhältnisse beim Röhrengenerator ziemlich verwickelt gestaltet und er sich durch besondere Maßnahmen herabdrücken läßt, wollen wir in den ersten Abschnitten ihn vernachlässigen und erst nachher die Modifikationen untersuchen, welche er an den bis dahin gefundenen Ergebnissen hervorruft.

b) Analytische Darstellung der Abhängigkeit des Emissionsstroms von der Gitterspannung:

Die Gleichung (2):

$$i_s = f(e_g + D e_a) = f(e_s)$$

stellt in einem e_g, i_s -System eine Schar von Kurven („Kennlinien“) dar, welche den in Fig. 2 dargestellten Verlauf haben. Wegen der linearen Zusammensetzung von e_s aus e_g und e_a erhält man die Kurven für verschiedene e_a aus einer einzigen durch Parallelverschiebung in Richtung der e_g -Achse. Als Normalkurve wollen wir diejenige auswählen, deren Wendepunkt in die i_s -Achse fällt, die zu ihr gehörige Anodenspannung

wollen wir mit E_a^* bezeichnen. Mit dieser Festsetzung wird die Gleichung unserer Schar, da im Wendepunkt $i_e = \frac{J_e}{2}$;

$$(2a) \quad i_e = \frac{J_e}{2} + F[e_g + D(e_a - E_a^*)].$$

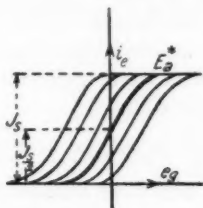


Fig. 2.

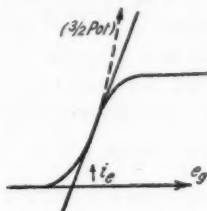


Fig. 3.

Es handelt sich nun darum, für den Verlauf der Kurven einen einfachen analytischen Ausdruck zu finden. Die von Langmuir und Schottky entwickelte Theorie gibt für kleinen Emissionsstrom:

$$(4) \quad i_e = \text{const } e_{g,t}^{3/4}.$$

Diese Gleichung, die der Form (2) entspricht, gilt aber, wie Fig. 3 zeigt, nur von $i_e = 0$ bis ungefähr zum Wendepunkt. Für größere Steuerspannungen ergibt sie statt eines Umbiegens zum Sättigungsstrom ein rasches Anwachsen ins Unendliche. Sie ist also für die Behandlung von Problemen, bei denen der obere Teil der Kennlinie benutzt wird — und dies ist beim Generator stets der Fall —, ganz unbrauchbar.

Vallauri¹⁾, der zum ersten Mal den Röhrengenerator analytisch untersuchte, ersetzte die Kennlinie durch ihre Tangente im Wendepunkt. Auch dieser Ansatz versagt, wie die Figur zeigt, sowohl nach der oberen als nach der unteren Grenze. Voraussetzung für eine Theorie des Röhrengenerators ist aber eine im ganzen Bereich gültige Darstellung der Kennlinie. Eine solche erhält man folgendermaßen: Der Verlauf der Kennlinie (Kurve 1 in Fig. 4) hat eine große Ähnlichkeit mit dem einer arctg-Funktion. Durch affine Transformation einer einfachen arctg-Funktion läßt sich nun immer eine solche herstellen, welche mit der Kennlinie gemeinsam hat: 1. die

1) G. Vallauri, Jahrbuch der drahtl. Telegraphie 12. S. 849. 1917.

Steigung im Wendepunkt S_0 ; 2. die Höhe J . Eine solche Funktion lautet, wie man sich leicht überzeugt:

$$(5) \quad i_e = \frac{J_e}{2} + \frac{J_e}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{S_0 \pi}{J_e} [e_g + D(e_a - E_a^*)].$$

Diese Darstellung (Kurve 2, Fig. 4) weicht nur in der Nähe der e_g -Achse wesentlich von der wirklichen Kennlinie ab. Sie läßt sich auf folgende Weise bis zu beliebiger Annäherung verbessern: Zeichnet man die Differenzkurve zwischen wahrer Kennlinie und arctg -Darstellung (Kurve 3):

$$\Delta f = f(e_g) - \left\{ \frac{J_e}{2} + \frac{J_e}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{S_0 \pi}{J_e} [e_g + D(e_a - E_a^*)] \right\},$$

so erkennt man aus der Figur, daß sich diese annähernd durch eine endliche Summe von arctg -Funktionen darstellen läßt, deren Wendepunkte in Richtung der Abszissenachse verschoben sind. Man erhält sie, wenn man die Mittelpunkte der arctg -Funktionen in die Wendepunkte der Differenzkurve legt (Abszisse l_i), ihre Steigung S_i in diesen Punkten gleich der der Differenzkurve und ihre Höhe h_i gleich dem Ordinatenunterschied der beiden Extrema, zwischen denen der betreffende Wendepunkt liegt, macht. In Fig. 4 sind so die Kurven a und b gefunden und zur Übersicht nach oben verschoben herausgezeichnet. Will man die Annäherung noch weiter treiben, so kann man eine zweite Differenzkurve zeichnen, welche den Unterschied zwischen der ersten Kurve und ihrer arctg -Darstellung gibt und für sie wieder eine Summe von arctg -Funktionen setzen. In dieser Weise kann man fortfahren, bis der gewünschte Genauigkeitsgrad erreicht ist. Bricht man dann ab und bringt rückwärts die durch arctg -Funktionen ausgedrückten Korrekturen an, so erhält man eine der Fourierreihe ähnliche Darstellung:

$$(6) \quad i_e = \sum_0^{\infty} \frac{h_i}{2} + \frac{h_i}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{S_i \pi}{h_i} [e_g + D(e_a - E_a^*) - l_i],$$

wobei

$$h_0 = J_e, \quad l_0 = 0.$$

Die Kurve 4 in Fig. 4, welche von der wirklichen Kennlinie nur noch wenig abweicht, wird im Maßstab der Figur dargestellt durch:

$$\begin{aligned} i_e = & 8 + \frac{16}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{2,58 \pi}{16} e_g + 0,7 - \frac{1,4}{\pi} \operatorname{arctg} \pi 0,2 (e_g + 7,2) \\ & - 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{2} (e_g + 2,3). \end{aligned}$$

Für die Koeffizienten der arctg-Reihe läßt sich aber keine den Ausdrücken für die Fourierkoeffizienten analoge Formel angeben, sie müssen nach der oben angegebenen Regel bestimmt werden; auch möge, was die Konvergenz des Verfahrens betrifft, der Hinweis auf das praktisch schon nach wenigen Gliedern eintretende enge Anschmiegen genügen.

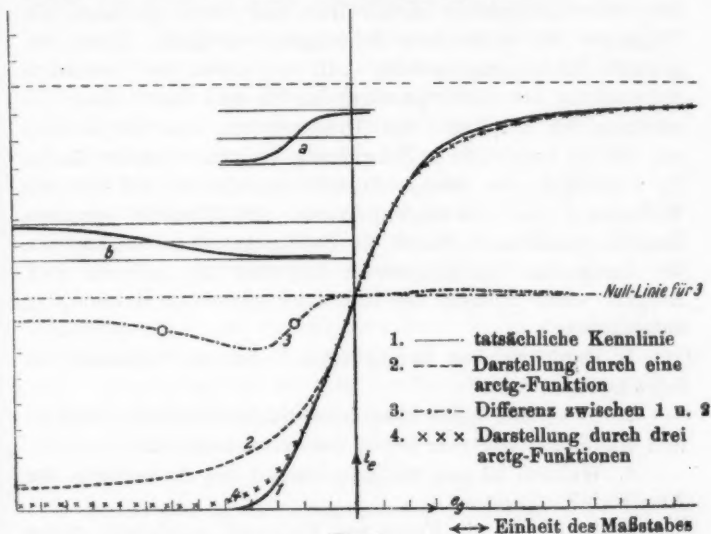


Fig. 4.

c) Die Wirkungsweise des Röhrengenerators:

Eine der wichtigsten Anwendungen der Elektronenröhre ist die zur Erzeugung elektrischer Schwingungen. Dabei sind zu diesem Zweck äußerlich sehr verschiedene Schaltungen in Gebrauch. Sie lassen sich aber fast alle aus der in Fig. 5 gezeichneten, physikalisch sehr durchsichtigen Schaltung¹⁾ ableiten, welche wir daher zunächst allein untersuchen wollen. Ihre Wirkungsweise ist folgende: Eine im Schwin-

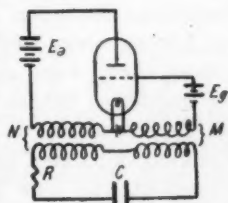


Fig. 5.

1) Erste Veröffentlichung von A. Meissner, The Electrician, 31. Juli 1914.

gungskreis, etwa durch Einschalten des Anodenstroms, entstandene Schwingung erzeugt infolge der Koppelung M eine wechselnde Gitterspannung e_g , durch welche der Anodenstrom i_a im Takt der Schwingung verstärkt oder geschwächt wird. Wir haben also auch im Anodenkreis einen Wechselstrom gleicher Frequenz, der seinerseits durch die Koppelung N wieder auf den Schwingungskreis zurückwirkt und unter gewissen Bedingungen die vorhandene Schwingung verstärkt. Diese vergrößerte Schwingungsamplitude ruft nun wieder eine vermehrte Schwankung der Gitterspannung hervor und damit eine Verstärkung der Amplitude des Anodenstroms usw. Es leuchtet ein, daß die Amplitude im Schwingungskreis immer mehr wächst, bis schließlich eine Grenze dadurch erreicht ist, daß die vom Widerstand des Schwingungskreises pro Periode verzehrte Energie gerade noch durch die Zufuhr aus dem Anodenkreis, die durch den Sättigungsstrom begrenzt ist, gedeckt wird. Aufgabe einer Theorie des Röhrengenerators ist es nun, zu untersuchen:

1. Unter welchen Bedingungen findet ein Einsetzen der Schwingungen statt?
2. In welcher Weise hängt im stationären Zustand Frequenz und Amplitude von den Daten des Generators ab?
3. Welches ist der zeitliche Verlauf des Anwachsens der Amplitude?

Während die 1. Frage von Vallauri analytisch gelöst wurde, gibt es für die Bestimmung der stationären Amplitude bisher nur graphische Methoden (z. B. die von Möller). Graphische Methoden sind nun, ganz allgemein gesprochen, zur Lösung eines bestimmten Einzelfalls sehr brauchbar, erfordern aber, wenn man die Abhängigkeit des Resultats von den gegebenen Größen diskutieren will, einen großen Aufwand von Zeichenarbeit, da man die ganze Konstruktion für jede Änderung der Daten neu durchführen muß. Unser arctg-Ansatz ermöglicht nun eine analytische Lösung des Problems, die eine eingehende Diskussion des Resultats gestattet und ermöglicht uns weiter auch, die dritte Frage zu beantworten. Ehe wir aber an die Lösung dieser Probleme herantreten, wollen wir für die zugrunde gelegte Schaltung die Bedingung des Einsetzens untersuchen.

2. Die Bedingung für das Einsetzen der Schwingungen.

a) Aufstellung der Differentialgleichungen:

Die Frage nach dem Einsetzen ist offenbar identisch mit folgender:

Unter welchen Bedingungen wächst eine im Schwingungskreis vorhandene unendlich kleine Amplitude zu endlicher Größe an? Da bei unendlich kleiner Amplitude im Schwingungskreis auch die Schwankungen der Gitterspannung unendlich klein sind, können wir zur Beantwortung dieser Frage die Kennlinie durch ihre Tangente im Ruhepunkt ersetzen. Als Ruhepunkt wollen wir dabei denjenigen Punkt $\{E_g, J_a\}$ der Kennlinie bezeichnen, auf dem man sich ohne das Vorhandensein von Schwingungen infolge der Gleichspannungen E_g und E_a befindet. Dieser Ruhepunkt braucht nicht mit dem Wendepunkt der Kennlinie zusammenzufallen; für gewisse Zwecke (z. B. in der drahtlosen Telephonie) legt man ihn absichtlich vom Wendepunkt weit weg. Nennen wir die Steigung der Kennlinie im Ruhepunkt S , den dabei fließenden Anodengleichstrom J_a , so wird unsere Kennlinie in der Umgebung des Ruhepunkts dargestellt durch:

$$(7) \quad i_a = J_a + S(e_g + D e_a).$$

Fließt nun im Schwingungskreis der Strom i , so beträgt die Gitterwechselspannung

$$(8) \quad e_g = -M \frac{di}{dt}$$

und die Anodenwechselspannung:

$$(9) \quad e_a = -N \frac{di}{dt} - L_a \frac{di_a}{dt}.$$

Dabei ist über das Vorzeichen von L , L_a , M und N zu bemerken: Während die Selbstinduktionen L und L_a wesentlich positive Größen sind, kommt den wechselseitigen Induktionskoeffizienten M und N das positive oder negative Vorzeichen zu, je nachdem die beiden gekoppelten Spulen im gleichen oder entgegengesetzten Sinn vom Strom durchflossen werden.

Mit den für e_g und e_a gefundenen Werten wird der Anodenstrom:

$$(10) \quad i_a = J_a + S \left(-(M + DN) \frac{di}{dt} - D L_a \frac{di_a}{dt} \right).$$

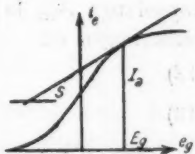


Fig. 6.

Für den Schwingungskreis gilt die Beziehung:

$$(11) \quad L \frac{di}{dt} + N \frac{di_a}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = 0$$

oder:

$$(11a) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + N \frac{d^2 i_a}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

Wie man aus (10) und (11) erkennt, tritt in den Differentialgleichungen für Schwingungs- und Anodenkreis M nur in der Kombination $M + DN$ auf, die wir als „effektive Gitterkoppelung“ M_{eff} bezeichnen wollen. Führen wir noch die Bezeichnungen ein:

$$(12) \quad SM_{\text{eff}} = b$$

$$(13) \quad SDL_a = c,$$

so werden die Gleichungen für Schwingungs- und Anodenkreis:

$$(11a) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + N \frac{d^2 i_a}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0,$$

$$(10a) \quad b \frac{di}{dt} + c \frac{di_a}{dt} + i_a - J_a = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen ist i als Funktion der Zeit zu ermitteln. Wir werden hierzu 2 Wege einschlagen, deren Ergebnisse sich ergänzen, einen rein mathematischen und einen mehr physikalischen.

b) 1. Lösung der Differentialgleichungen (10a) und (11a):
Eliminiert man aus (10a) und (11a) i_a , so erhält man:

$$(14) \quad (Lc - Nb) \frac{d^2 i}{dt^2} + (L + Rc) \frac{di}{dt} + \left(R + \frac{c}{C}\right) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

Setzt man noch zur Abkürzung:

$$(15) \quad \begin{cases} Lc - Nb = f, \\ L + Rc = g, \\ R + \frac{c}{C} = h, \end{cases}$$

so ergibt sich:

$$(14a) \quad f \frac{d^2 i}{dt^2} + g \frac{di}{dt} + h \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

Als Lösung setzen wir an:

$$(16) \quad i = \Re(e^{(\alpha + j\omega)t}),$$

wobei ϱ und ω reell sein sollen. Dann bedeutet:

$\varrho > 0$ Anwachsen der Schwingung,

$\varrho < 0$ Erlöschen,

$\varrho = 0$ stationären Zustand.

Durch Einsetzen dieses Wertes für i in (14a) und Trennung des Reellen und Imaginären erhält man die beiden Gleichungen:

$$(17) \quad f\varrho^3 - 3f\varrho\omega^2 + g\varrho^2 - g\omega^2 + h\varrho + \frac{1}{C} = 0,$$

$$(18) \quad 3f\varrho^3 - f\omega^2 + 2g\varrho + h = 0.$$

Aus der ersten findet man:

$$(19) \quad \omega^2 = \frac{f\varrho^3 + g\varrho^2 + h\varrho + 1/C}{3f\varrho + g}.$$

Die Frequenz hängt also von dem Zeitfaktor ϱ ab. Dieser ist während des Anschwingungsvorgangs nicht konstant, sondern nimmt, da sich ja schließlich eine stationäre Amplitude einstellt, zu null ab, infolgedessen muß die Frequenz während des Anschwingens etwas variieren. Dies kann von praktischer Bedeutung werden für die Schnelltelegraphie, wenn die Zeichen durch Unterbrechen gegeben werden. Soll nämlich, wie es hier der Fall ist, in etwa $1/100$ Sekunde die volle Amplitude, die beispielsweise das 1000-fache der beim Einschalten entstehenden Amplitude betrage, erreicht werden, so wird der Mittelwert von ϱ von der Größenordnung 10^3 . Aber auch dann ergeben sich, wie eine Überschlagsrechnung mit den gebräuchlichen Dimensionen zeigt, infolge der Kleinheit der Koeffizienten f , g , h , gegenüber $1/C$ und von f gegen g , Änderungen, die 1 Promille kaum je übersteigen dürften. Im Grenzfall des stationären Zustands wird:

$$(19a) \quad \omega^2_{\text{stat.}} = \frac{1}{Cg} = \frac{1}{LC\left(1 + \frac{RSD L_s}{L}\right)} = \frac{\omega_0^2}{1 + \frac{RSD L_s}{L}}.$$

Die Frequenz ist also kleiner als die Eigenfrequenz ω_0 des Schwingungskreises. Setzen wir (19) in (18) ein, so erhalten wir eine Gleichung für ϱ . Da uns aber nur der Grenzfall zwischen positivem und negativem ϱ interessiert, genügt es die Umgebung von $\varrho = 0$ zu betrachten, so daß wir alle höheren Potenzen von ϱ gegen die erste vernachlässigen können. Dann erhält man:

$$(20) \quad \varrho = \frac{f/C - hg}{2(g^2 + fh)}.$$

Nehmen wir zunächst an, der Nenner sei positiv, so muß für $\varrho > 0$:

$$(21) \quad \frac{f}{C} > hg$$

sein oder:

$$(21a) \quad \frac{SDLL_a}{C} - \frac{SNM_{\text{eff.}}}{C} > \left(R + \frac{SDL_a}{L}\right)(L + RSDL_a).$$

Da rechts lauter positive Größen stehen und links das erste Glied mit dem kleinen Faktor D behaftet ist, während LL_a und $NM_{\text{eff.}}$ von derselben Größenordnung sind, kann die Ungleichung nur erfüllt sein, wenn das Produkt $NM_{\text{eff.}}$ negativ ist, d. h. entweder N oder $M_{\text{eff.}}$, und damit M , negatives Zeichen hat. Die beiden Koppelungen N und M müssen also in entgegengesetzter Weise auf den Schwingungskreis wirken. Mit $NM_{\text{eff.}} < 0$ werden dann wegen der Bedeutung von f und h alle Größen im Nenner positiv.

Die andere Möglichkeit (negativer Nenner und damit positives Zeichen von $NM_{\text{eff.}}$) scheidet aus, da sie, abgesehen davon, daß sie zu kaum realisierbaren Größenverhältnissen zwischen L , L_a , N und $M_{\text{eff.}}$ führt, mit den Bedingungen für den stationären Zustand unvereinbar ist, wie im 3. Abschnitt gezeigt werden wird.

b) 2. Lösung des Gleichungssystems (10a) und (11a):

Für den stationären Zustand wollen wir die Lösung nochmals auf etwas verschiedene Weise durchführen, was uns neue wichtige Beziehungen liefert. Mit Rücksicht auf spätere ähnliche Rechnungen, bei denen die Verwendung komplexer Größen eine unnötige Erschwerung bedeuten würde, wollen wir schon jetzt die periodischen Funktionen durch \sin und \cos statt durch Exponentialfunktionen darstellen. Wir nehmen nun an, im Schwingungskreis fließe ein einfacher Wechselstrom von unendlich kleiner Amplitude:

$$(22) \quad i = \mathfrak{A} \sin \omega t,$$

wobei \mathfrak{A} klein sei.

Der Anodenstrom, der ja durch das Gitter im Takt der Schwingungen gesteuert wird, muß ein Wechselstrom gleicher

Frequenz und ebenfalls sehr kleiner Amplitude sein, über dessen Phase wir aber noch nichts wissen. Wir setzen daher an:

$$(23) \quad i_a = J_a + \mathfrak{U} \sin \omega t + \mathfrak{D} \cos \omega t.$$

Setzen wir die Werte für i und i_a in (10a) und (11a) ein, so ergibt sich:

$$(24) \quad \begin{cases} L \mathfrak{U} \omega^2 \sin \omega t - N \mathfrak{D} \omega^2 \cos \omega t - N \mathfrak{U} \omega^2 \sin \omega t \\ + R \mathfrak{U} \omega \cos \omega t + \frac{\mathfrak{U}}{C} \sin \omega t. \end{cases}$$

$$(25) \quad \begin{cases} \mathfrak{D} \cos \omega t + \mathfrak{U} \sin \omega t + b \mathfrak{U} \omega \cos \omega t - c \mathfrak{D} \omega \sin \omega t \\ + c \mathfrak{U} \omega \cos \omega t = 0. \end{cases}$$

Diese Gleichungen sind für jedes t befriedigt, wenn:

$$(26) \quad -L \mathfrak{U} \omega^2 - N \mathfrak{U} \omega^2 + \frac{\mathfrak{U}}{C} = 0,$$

$$(27) \quad -N \mathfrak{D} \omega^2 + R \mathfrak{U} \omega = 0,$$

$$(28) \quad \mathfrak{D} + b \mathfrak{U} \omega + c \mathfrak{U} \omega = 0,$$

$$(29) \quad \mathfrak{U} - c \mathfrak{D} \omega = 0.$$

Aus (26) ergibt sich:

$$(30) \quad \omega^2_{st} = \frac{1}{L C \left(1 + \frac{N \mathfrak{U}}{L \mathfrak{U}} \right)}.$$

Aus (27) und (29) folgt:

$$(31) \quad N \mathfrak{U} = R \mathfrak{U} c,$$

wodurch die Übereinstimmung mit (19a) hergestellt ist. Die Gleichung (30) gibt uns eine anschauliche Deutung der Frequenzänderung: \mathfrak{U} ist die mit dem Strom im Schwingungskreis phasengleiche Komponente des Anodenstroms, sie ändert die Frequenz. Dies können wir folgendermaßen verstehen: Zeichnen wir in einem Vektordiagramm (Fig. 7) für den Schwingungskreis die Vektoren des Stroms und der an den Enden von R , C und L herrschenden Spannungen, so setzt sich letztere aus 2 Teilen zusammen, aus der infolge der Selbstinduktion L vorhandenen und aus der durch die wechselseitige Induktion N vom Anodenkreis induzierten Spannung. Diese hat 2 Komponenten, die von \mathfrak{D} hervorgerufene hat die

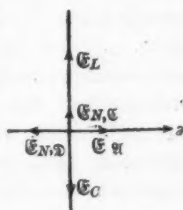


Fig. 7.

Richtung von \mathfrak{A} und kompensiert die Spannung am Widerstand, die von \mathfrak{E} hervorgerufen hat dagegen die Richtung von \mathfrak{E}_L , bewirkt also dasselbe, was eine Vermehrung der Selbstinduktion verursachen würde: eine Verkleinerung der Frequenz.

Da die Gleichungen (28), (29) und (31) 3 lineare homogene Gleichungen für \mathfrak{A} , \mathfrak{E} , \mathfrak{D} darstellen, muß ihre Determinante verschwinden, was ausgerechnet ergibt:

$$(32) \quad (Nb + Rc^2)\omega^2 + R = 0,$$

oder

$$(32a) \quad [SM_{\text{eff}} N + (SD L_a)^2 R] \omega^2 + R = 0.$$

Dies ist die der Gleichung (21a) entsprechende Bedingung für das Einsetzen der Schwingungen, wenn dort für den Grenzfall das Zeichen $>$ durch das Gleichheitszeichen ersetzt wird. In dieser Form leistet uns die Bedingungsgleichung für das Einsetzen bessere Dienste als die weniger durchsichtige Gleichung (21a). Ihre ausführliche Diskussion wollen wir aber erst im Zusammenhang mit den Formeln für die stationäre Amplitude durchführen, welche wir nun berechnen wollen.

3. Berechnung der Amplitude im stationären Zustand unter Vernachlässigung des Gitterstroms.

a) Durchführung der Rechnung mittels des einfachen arctg-Ansatzes unter Vernachlässigung der Anodenkreisselbstinduktion: Wir nehmen an, daß im Schwingungskreis ein rein sinusförmiger Wechselstrom, jetzt aber von endlicher Amplitude \mathfrak{A} fließe. Dabei berücksichtigen wir etwa vorhandene Oberschwingungen nicht, was wir bei schwach gedämpften Kreisen unbedenklich tun dürfen. Bei der Berechnung des Anodenstroms müssen wir aber jetzt auf die Form der Kennlinie Rücksicht nehmen und den für sie in Gleichung (6) gefundenen Ausdruck einsetzen, wobei wir uns zunächst auf das Hauptglied beschränken wollen. Dann ist:

$$(99) \quad \left\{ i_a = \frac{J_s}{2} + \frac{J_s}{\pi} \arctg \frac{S_s \pi}{J_s} \left[E_g + \mathfrak{D}(E_a - E_a^*) - M_{\text{eff}} \frac{di}{dt} - D L_a \frac{di_a}{dt} \right] \right\}.$$

Führen wir jetzt die Abkürzungen ein:

$$(34) \quad \begin{cases} \frac{S_0 \pi}{J_s} [E_g + \mathfrak{D}(E_a - E_a^*)] = k, \\ \frac{S_0 \pi}{J_s} M_{\text{eff}} = \frac{b_0 \pi}{J_s} = \beta, \\ \frac{S_0 \pi}{J_s} \mathfrak{D} L_a = \frac{c_0 \pi}{J_s} = \gamma, \end{cases}$$

so wird

$$(33a) \quad i_a = \frac{J_s}{2} + \frac{J_s}{\pi} \arctg \left(k - \beta \frac{di}{dt} - \gamma \frac{di_a}{dt} \right).$$

Diese Gleichung können wir auf eine einfachere Form bringen, wenn wir

$$(35) \quad y = \frac{\pi \left(i_a - \frac{J_s}{2} \right)}{J_s}$$

als neue Variable einführen. Mit ihr lautet sie:

$$(36) \quad c_0 \frac{dy}{dt} + \operatorname{tg} y = k - \beta \frac{di}{dt}$$

und wegen der über i gemachten Annahme:

$$(36a) \quad c_0 \frac{dy}{dt} + \operatorname{tg} y = k - \beta \mathfrak{A} \omega \cos \omega t.$$

Setzen wir noch:

$$- \beta \mathfrak{A} \omega = \mathfrak{B},$$

so wird (36a) zu:

$$(36b) \quad c_0 \frac{dy}{dt} + \operatorname{tg} y = k + \mathfrak{B} \cos \omega t.$$

Eine durch einen geschlossenen Ausdruck darstellbare Lösung dieser transzendenten Differentialgleichung läßt sich nicht angeben. Nun ist aber der Koeffizient von dy/dt wegen des Faktors D eine kleine Größe, deren Einfluß wir folgendermaßen abschätzen können: Schreiben wir:

$$\operatorname{tg} y = y \left(\frac{\operatorname{tg} y}{y} \right) = r y,$$

so hat der Faktor r für $y = 0$ seinen kleinsten Wert: 1. Nun hat die Gleichung:

$$(36c) \quad c_0 \frac{dy}{dt} + r y = k + \mathfrak{B} \cos \omega t,$$

die formell dieselbe ist, wie diejenige für einen Wechselstromkreis mit Selbstinduktion und Ohmschem Widerstand, für konstantes r die wohlbekannte Lösung:

$$(36d) \quad y = \text{const} + \frac{\mathfrak{B}}{\sqrt{c_0^2 \omega^2 + r^2}} \cos(\omega t - \varphi), \quad \text{tg } \varphi = \frac{c_0 \omega}{r}.$$

Bei den in Praxis vorkommenden Dimensionen wird aber, auch wenn man für r seinen kleinsten Wert nimmt, $c_0 \omega$ immer noch sehr klein gegen r . Wir erhalten daher eine brauchbare Näherung, wenn wir zunächst $c_0 = 0$ setzen. Dann vereinfacht sich die Gleichung für den Anodenstrom, bzw. für y zu:

$$(38) \quad y = \arctg(k + \mathfrak{B} \cos \omega t).$$

Die rechte Seite wollen wir in eine Fourierreihe entwickeln, von der uns zunächst nur der Koeffizient von $\cos \omega t$ interessiert:

$$(39) \quad y = \arctg(k + \mathfrak{B} \cos \omega t) = K(k, \mathfrak{B}) + \Phi(k, \mathfrak{B}) \cos \omega t.$$

Φ läßt sich, wie am Schluß gezeigt wird, nach den bekannten Formeln für die Fourierkoeffizienten berechnen. Damit wird wegen (35) der Anodenstrom i_a :

$$(40) \quad i_a = \frac{J_s}{2} + \frac{J_s}{\pi} K(k, \mathfrak{B}) + \frac{J_s}{\pi} \Phi(k, \mathfrak{B}) \cos \omega t.$$

Setzt man diesen Ausdruck für i_a in die für den Schwingungskreis geltende Gleichung (11) ein, so erhält man durch Vergleich der sin- und cos-Glieder:

$$(41) \quad \omega^2 = \frac{1}{LC},$$

$$(42) \quad \frac{J_s}{\pi} N \omega \Phi(k, \mathfrak{B}) = R \mathfrak{A}.$$

Wir erhalten keine Abweichung von der Eigenfrequenz des Kreises, weil wir die Anodenkreiselbstinduktion nicht berücksichtigt haben. Dies Ergebnis wird später noch verbessert. Die Gleichung (42) stellt die Bestimmungsgleichung für die Amplitude \mathfrak{A} dar. Ersetzen wir gemäß (37) rechts \mathfrak{A} durch \mathfrak{B} , so wird:

$$(42a) \quad \Phi(k, \mathfrak{B}) = - \frac{R \mathfrak{B}}{b_0 N \omega^2} = - \frac{R}{S_0 M_{\text{eff}} N \omega^2}.$$

Wir erhalten aus ihr zunächst \mathfrak{B} als Abszisse des Schnitts der Kurve:

$$y = \Phi(k, \mathfrak{B}),$$

und der Geraden:

$$y = \text{tg } \varphi \cdot \mathfrak{B} = - \frac{R \mathfrak{B}}{S M_{\text{eff}} N \omega^2}.$$

Durch diese Form ist erreicht, daß alle Daten des Generators in den Ausdruck für die Steigung der Geraden gelegt sind, so daß man mit einer einzigen Zeichnung der Φ -Kurven alle Fälle untersuchen kann. Aus \mathfrak{B} findet man dann vollends leicht \mathfrak{A} vermöge (37):

$$\mathfrak{A} = - \frac{\mathfrak{B} J_s}{\pi S_0 M_{\text{eff}} \omega}.$$

Es ist nun noch die Berechnung des Koeffizienten Φ nachzuholen. Es ist:

$$(43) \quad \Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \arctg(k + \mathfrak{B} \cos x) \cdot \cos x \, dx,$$

durch partielle Integration folgt:

$$(44) \quad \left\{ \begin{aligned} \Phi(k, \mathfrak{B}) &= - \frac{1}{\pi} \left[\sin x \arctg(k + \mathfrak{B} \cos x) \right]_0^{2\pi} \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathfrak{B} \sin^2 x \, dx}{1 + (k + \mathfrak{B} \cos x)^2}. \end{aligned} \right.$$

Da der erste Ausdruck verschwindet, bleibt:

$$(44a) \quad \Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathfrak{B} \sin^2 x \, dx}{1 + (k + \mathfrak{B} \cos x)^2}.$$

Dies Integral läßt sich verhältnismäßig einfach auf komplexem Weg auswerten.

Drücken wir nämlich mittels der Eulerschen Formel \sin und \cos durch e^{ix} aus und führen e^{ix} als neue Variable z ein, so verwandelt sich unser Integral in ein Linienintegral längs des Einheitskreises der komplexen Zahlenebene (Fig. 7), das lautet:

$$(45) \quad \left\{ \begin{aligned} &\Phi(k, \mathfrak{B}) \\ &= - \frac{\mathfrak{B}}{4\pi i} \oint_z \frac{(x-1)^2 \, dz}{\left[\frac{\mathfrak{B}^2}{4} z^4 + k\mathfrak{B} z^3 + \left(1 + k^2 + \frac{\mathfrak{B}^2}{2} \right) z^2 + k\mathfrak{B} z + \frac{\mathfrak{B}^2}{4} \right]}. \end{aligned} \right.$$

Um auf dieses den Cauchyschen Satz anwenden zu können, müssen wir die vom Integrationsweg umschlossenen Unendlichkeitsstellen z_i des Integranden, d. h. die Nullstellen des Nenners, bestimmen und die Koeffizienten A_i der Glieder $\frac{1}{z - z_i}$ der an diesen Punkten gültigen Laurentschen Reihe berechnen. Dann ist bekanntlich der Wert des Integrals:

$$(46) \quad \Phi(k, \mathfrak{B}) = -\frac{\mathfrak{B}}{4\pi i} \cdot 2\pi i \sum A_i.$$

Die Nullstellen des Nenners sind:

$$(47) \quad \begin{cases} z_0 = 0, \\ z_1 = \frac{-(k+i) + \sqrt{k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1 + 2ki}}{\mathfrak{B}}, \\ z_2 = \frac{-(k-i) + \sqrt{k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1 - 2ki}}{\mathfrak{B}}, \\ z_3 = \frac{-(k-i) - \sqrt{k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1 - 2ki}}{\mathfrak{B}}, \\ z_4 = \frac{-(k+i) - \sqrt{k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1 + 2ki}}{\mathfrak{B}}. \end{cases}$$

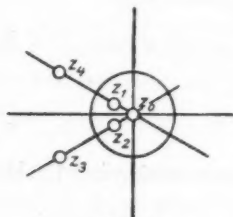


Fig. 8.

Dabei ist wegen des symmetrischen Baues des Nenners:

$$(48) \quad z_1 z_3 = 1, \quad z_2 z_4 = 1.$$

Die Punkte z_i müssen also wie in Fig. 7 liegen. Bezeichnen wir den Betrag von z_1 mit ϱ , den arcus von z_1 mit φ , so ist:

$$(49) \quad \begin{cases} z_1 = \varrho e^{i\varphi}, \\ z_2 = \varrho e^{-i\varphi}, \\ z_3 = \frac{1}{\varrho} e^{-i\varphi}, \\ z_4 = \frac{1}{\varrho} e^{i\varphi}. \end{cases}$$

Innerhalb des Einheitskreises liegen z_0, z_1, z_2 . Bestimmt man durch Partialbruchzerlegung die zugehörigen A_i , so wird:

$$A_0 + A_1 + A_2 = \frac{8\varrho^3}{\mathfrak{B}^2(\varrho^2 - 1)}$$

und damit

$$\Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{4\varrho^3}{\mathfrak{B}(1 - \varrho^2)}$$

$\varrho^2 = z_1 z_2$ ist noch zu berechnen. Setzt man:

$$\sqrt{k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1 + 2ki} = \sigma e^{i\psi},$$

so wird:

$$(51) \quad \sigma = \sqrt{(k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1)^2 + 4k^2}$$

und

$$(52) \quad \operatorname{tg} 2\psi = \frac{k}{k^2 - \mathfrak{B}^2 - 1}.$$

Damit wird:

$$(53) \quad \varrho^2 = \frac{1}{\mathfrak{B}^2} \left\{ \sigma^2 - 2\sigma(k \cos \psi + \sin \psi) + k^2 + 1 \right\}.$$

Die folgenden Tabellen geben die so berechneten Werte von $\Phi(k, \mathfrak{B})$. Die Figg. 9 und 9a geben eine graphische Darstellung ihres Verlaufs.

$$\text{Tabelle der Funktion } \Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathfrak{B} \sin^2 x dx}{1 + (k + \mathfrak{B} \cos x)^2}.$$

$k \mathfrak{B} \rightarrow$ ↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	13
0	0,828	1,236	1,441	1,561	1,640	1,694	1,734	1,765	1,791	1,810	1,854
1	0,551	1,053	1,344	1,500	1,603	1,664	1,712	1,750	1,778	1,799	1,845
2	0,233	0,601	1,005	1,325	1,486	1,586	1,646	1,700	1,739	1,774	1,825
3	0,124	0,268	0,588	1,000	1,273	1,443	1,562	1,622	1,679	1,716	1,799
4	0,040	0,139	0,277	0,565	0,951	1,221	1,393	1,506	1,586	1,641	1,758
5		0,094	0,155	0,275	0,540	0,927	1,171	1,344	1,460	1,552	1,695
6		0,066	0,100	0,159	0,271	0,520	0,864	1,124	1,299	1,420	1,626
8		0,020		0,075		0,129		0,480		1,028	1,418
10				0,064		0,073		0,158		0,449	1,150
12				0,042		0,049		0,085		0,194	0,578
14						0,034		0,054		0,084	0,205

Große Werte von k :

$k \mathfrak{B} \rightarrow$ ↓	10	20	40	60	100	140	160	180	200	250
20	0,031	0,353	1,680	1,845	1,940					
40		0,016	0,197	1,445	1,815	1,903				
60			0,017	0,258	1,580	1,790	1,840			
80				0,017	1,180	1,630	1,710	1,786		
100				0,008	0,181	1,370	1,550	1,653	1,720	
140						0,158	0,878	1,248	1,420	1,650

Verlauf der Funktion $\Phi(k, \vartheta) = \frac{1}{x} \int_0^{2\pi} \frac{\vartheta \sin^2 x \, dx}{1 + (k + \vartheta \cos x)^2}$.

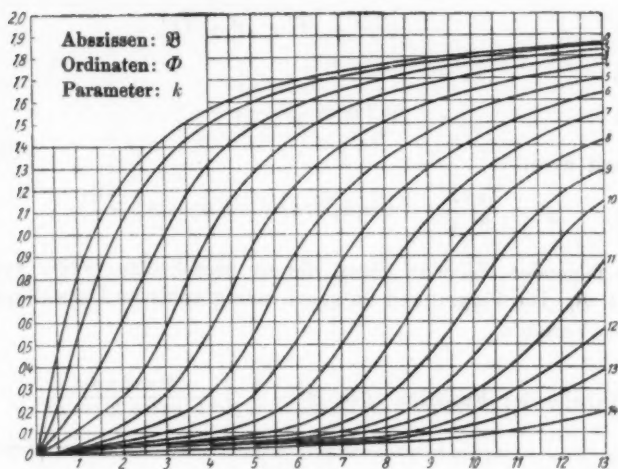


Fig. 9.

Verlauf der Φ -Kurven für große Werte von k .

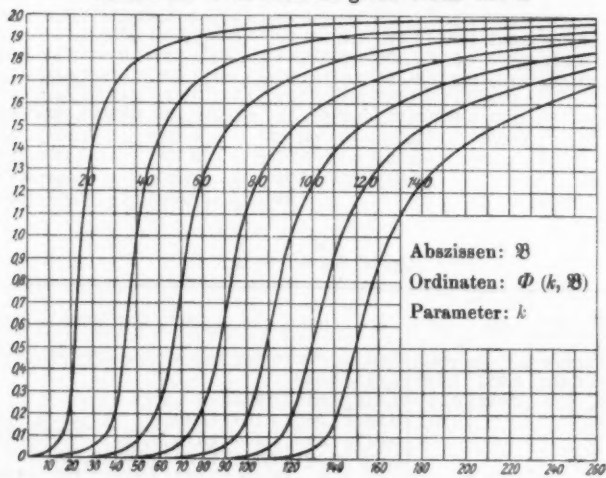


Fig. 9a.

Diese Φ -Kurven unterscheiden sich von den Müllerschen „Schwingkennlinien“ prinzipiell darin, daß sie keinerlei Kreis- oder Röhrenkonstanten enthalten, sondern eine bestimmte mathematische Funktion graphisch darstellen, so daß sie für alle Kreise und Röhren verwandt werden können. Sämtliche Kurven haben die Gerade $\mathfrak{B} = 2$ zur Asymptote, denn im Grenzfall ergibt sich für unendlich großes \mathfrak{B} eine „Mäanderkurve“ von Höhe π , deren erstes \cos -Glieder in der Fourierreentwicklung den Koeffizienten 2 hat. Ferner ist Φ in bezug auf k eine gerade Funktion, in bezug auf \mathfrak{B} eine ungerade:

$$(54) \quad \begin{cases} \Phi(-k, \mathfrak{B}) = \Phi(k, \mathfrak{B}), \\ \Phi(k, -\mathfrak{B}) = -\Phi(k, \mathfrak{B}). \end{cases}$$

Dies ist physikalisch evident und läßt sich auch rechnerisch leicht beweisen. Für später richtig ist noch die Steigung der Φ -Kurven im Ursprung bei konstantem k , also die Größe

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{B}} \right)_k$$

Diese finden wir am einfachsten so: Es ist für kleine \mathfrak{B}

$$\arctg(k + \mathfrak{B} \cos x) = \arctg k + \frac{\mathfrak{B} \cos x}{1^2 + (k + \mathfrak{B} \cos x)^2} = K + \Phi(k, \mathfrak{B}) \cos x.$$

$$\Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\mathfrak{B} \cos^2 x \, dx}{1 + (k + \mathfrak{B} \cos x)^2},$$

und da \mathfrak{B} klein gegen 1, wird, wenn wir die Kleinheit von \mathfrak{B} und damit auch von Φ durch das Zeichen d ausdrücken:

$$d\Phi = \frac{1}{\pi} d\mathfrak{B} \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 x \, dx}{1 + k^2} = \frac{d\mathfrak{B}}{1 + k^2},$$

oder

$$(55) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \mathfrak{B}} = \frac{1}{1 + k^2},$$

(das Zeichen $\partial/\partial \mathfrak{B}$ wurde geschrieben, um auszudrücken, daß k dabei fest bleibt).

Aus dem Verlauf der Φ -Kurven ersieht man, daß nur Gerade mit positiver Steigung reelle Schnitte mit ihnen haben können. Wegen des negativen Zeichens auf der rechten Seite von (42a) ist zur Erzielung reeller Schnitte erforderlich, daß das Produkt $N M_{\text{eff}}$ (die einzige Größe, deren Zeichen noch frei

ist) negativ ist, was mit dem in Abschnitt 2 b gefundenen Ergebnis übereinstimmt.

Im allgemeinen ergeben sich nun bei der Auflösung der Gleichung (12a) 2 Schnittpunkte zwischen der Φ -Kurve und der Geraden. Welcher davon einer stabilen Lösung entspricht, erkennt man am besten aus der Untersuchung der Energieverhältnisse im Schwingungs- und Anodenkreis, welche wir nunmehr vornehmen wollen.

b) Energiebilanz, Stabilität der Lösung:

Den Energieverbrauch im Schwingungskreis pro Periode erhalten wir, wenn wir für jeden Teil das Integral $\int i \, e \, dt$ über die Zeit einer Periode bilden. Dies ergibt für den Energieverbrauch

am Kondensator: $w_C = 0$,

am Widerstand: $w_R = \frac{\mathfrak{A}^2 R}{2} \tau$,

an der Selbstinduktion $w_L = \frac{\mathfrak{A} N \omega J_s}{\pi} \Phi \left(k, \frac{\mathfrak{A} S_0 \pi M_{\text{eff}} \omega}{J_s} \right) \frac{\tau}{2}$.

Da $N M_{\text{eff}}$ negativ ist, stellt dieser Ausdruck eine Zufuhr von Energie dar. Im stationären Zustand muß die pro Periode verbrauchte Energie gleich der in dieser zugeführten sein, wir erhalten also

$$\frac{N \omega J_s}{\pi} \mathfrak{A} \Phi \left(k, \frac{\mathfrak{A} \omega S_0 \pi M_{\text{eff}}}{J_s} \right) \frac{\tau}{2} = \frac{\mathfrak{A}^2 R \tau}{2}.$$

Dies ist dieselbe Gleichung wie (42a), jetzt aber als Gleichung für \mathfrak{A} geschrieben. In der Form

$$(42b) \quad \mathfrak{A}^2 = \frac{\mathfrak{A} N \omega J_s}{\pi R} \Phi \left(k, \frac{\mathfrak{A} S_0 \pi M_{\text{eff}} \omega}{J_s} \right),$$

gibt sie uns leicht Auskunft über die Stabilität der Lösung:

Wir erhalten nach ihr \mathfrak{A} als Schnittabzisse einer unter der Steigung 1 gezeichneten Geraden mit der Kurve

$$y = \frac{N \omega J_s}{\pi R} \Phi \left(k, \frac{\omega \mathfrak{A} S_0 \pi M_{\text{eff}}}{J_s} \right).$$

Diese Kurve erhält man aber aus der einfachen Φ -Kurve durch reine Maßstabänderung (affine Transformation), wodurch die Eigenschaften, auf die es im folgenden ankommt (Konvexität und Konkavität) nicht geändert werden. Wir müssen nun 2 Fälle unterscheiden (Fig. 9b).

1. Die Tangente der Φ -Kurve im Schnittpunkt wird in die Gerade durch eine Drehung im Urzeigersinn übergeführt.¹⁾ Diese Lösung ist labil. Denn wird \mathfrak{A} durch irgendeine Ursache um $\delta \mathfrak{A}$ vergrößert, so ist

$$(\mathfrak{A} + \delta \mathfrak{A}) \frac{N}{R} \omega \Phi \left(k, \frac{(\mathfrak{A} + \delta \mathfrak{A}) S_0 \pi M_{\text{eff}} \omega}{J_s} \right) > (\mathfrak{A} + \delta \mathfrak{A})^2.$$

Die Energiezufuhr überwiegt den Verbrauch, die Amplitude wächst bis zum Punkt II. Andererseits ist für negative $\delta \mathfrak{A}$

$$(\mathfrak{A} - \delta \mathfrak{A}) \frac{N}{R} \frac{J_s}{\pi} \omega \Phi \left(k, \frac{(\mathfrak{A} - \delta \mathfrak{A}) S_0 \pi M_{\text{eff}} \omega}{J_s} \right) < (\mathfrak{A} - \delta \mathfrak{A})^2.$$

Die Amplitude nimmt zu 0 ab, da der Energieverbrauch nicht mehr gedeckt werden kann.

II. Die Tangente im Schnitt wird durch eine Drehung entgegen dem Urzeigersinn in die Gerade übergeführt: Diese Lösung ist stabil. Der Beweis ist vollkommen analog zu I.

Wir wollen uns noch über die Herkunft der vom Anodenkreis gelieferten Energie Rechenschaft ablegen. Der Energieverbrauch der Anodenbatterie beträgt pro Periode:

$$(56) \quad W_{E_a} = \frac{\tau}{2} \left[E_a J_s + \frac{E_a J_s}{\pi} K(k, \mathfrak{B}) \right] + E_a \int_0^\tau i_a dt$$

(i_a Wechselstromkomponente von i_a).

Das letzte Integral verschwindet, Dabei ist nach (40)

$$(57) \quad K(k, \mathfrak{B}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \arctg(k + \mathfrak{B} \cos x) dx,$$

ein Integral, das sich leicht numerisch ausrechnen läßt und dessen Verlauf für verschiedene k als Funktion von \mathfrak{B} in Fig. 10 dargestellt ist. Für unendlich großes \mathfrak{B} wird es, welchen endlichen Wert auch k haben mag, null. Ferner ist, wie leicht einzusehen,

1) Als Richtung der Tangente müssen wir mit Rücksicht auf später die Richtung wachsender Bogenlänge, von 0 an gerechnet, festsetzen.

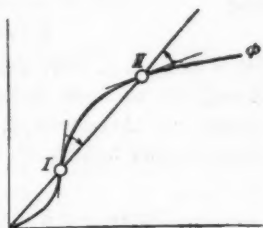


Fig. 9b.

$$K(-k, \mathfrak{B}) = -K(k, \mathfrak{B}),$$

$$K(k, -\mathfrak{B}) = K(k, \mathfrak{B})$$

und

$$K(0, \mathfrak{B}) = 0.$$

Ist k null, d. h. fällt der Ruhepunkt in den Wendepunkt der Kennlinie, so fließt auch ohne das Vorhandensein von Schwingungen ein Anodenstrom $J_a/2$ und der Energieverbrauch wird derselbe, gleichgültig, ob Schwingungen da sind oder nicht. Aus

$$\text{Verlauf von } K(k, \mathfrak{B}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \text{aretg}(k + \mathfrak{B} \cos x) dx.$$

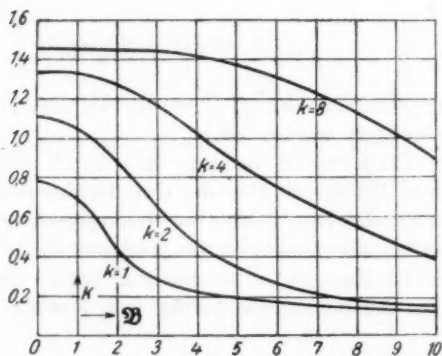


Fig. 10.

der Anodenbatterie kann also die an den Schwingungskreis gelieferte Energie nicht stammen. Betrachten wir dagegen die von der Röhre verbrauchte Energie, so beträgt diese ohne Schwingungen:

$$W_r = \frac{E_a J_a}{2} \tau.$$

Bei Schwingungen

$$W_r' = \int e_a i_a dt = \frac{\tau}{2} \left[\frac{E_a J_a}{2} + \frac{E_a J_a}{\pi} K + \frac{J_a}{\pi} N \omega \mathfrak{A} \Phi \left(k, \frac{S_0 \pi M_{\text{eff}} \omega \mathfrak{A}}{J_a} \right) \right].$$

Der dritte Posten, der wegen $N M_{\text{eff}} < 0$ negativ ist, stellt nun gerade die während einer Periode an den Schwingungskreis abgegebene Energie dar. Durch das Gitter wird also der

Anodenstrom so gesteuert, daß ein Teil der sonst in kinetische Energie der Elektronen und dann in Wärme verwandelten Energie in den Schwingungskreis geleitet wird.

Das Verhältnis

$$\eta = \frac{\frac{1}{\pi} \mathfrak{A} N \omega \Phi \left(k, \frac{\pi S_0 M_{\text{eff.}} \omega \mathfrak{A}}{J_s} \right)}{E_a \left(\frac{1}{2} + \frac{K}{\pi} \right)},$$

heißt der Wirkungsgrad der Röhre. Der Wirkungsgrad I würde bedeuten, daß die Elektronen gerade noch mit der Geschwindigkeit null die Anode erreichen. Dies gibt uns eine äußerste Grenze für die Amplitude, die durch keine Änderung der Generatoraten überschritten werden kann. Darnach muß immer sein

$$(59) \quad \left| \frac{1}{\pi} \mathfrak{A} N \omega \Phi \left(k, \frac{\pi S_0 M_{\text{eff.}} \mathfrak{A} \pi}{J_s} \right) \right| \leq E_a \left(\frac{1}{2} + \frac{K}{\pi} \right).$$

Setzen wir für Φ den für große \mathfrak{A} geltenden Näherungswert 2, für K den ebenfalls für große Werte von \mathfrak{A} gültigen Betrag 0, so wird

$$(59a) \quad \frac{2}{\pi} N \omega \mathfrak{A} \leq \frac{E_a}{2}.$$

Nun ist $N \omega \mathfrak{A}$ die Amplitude der vom Schwingungskreis her induzierten Gegenspannung. Wegen obiger Beziehung kann diese aber nie größer als die Anodengleichspannung werden. Der Fall, daß die Anode negativ wird, wobei der Anodenstrom aussetzen würde, kann also nicht eintreten.

c) Diskussion des Ergebnisses für die Amplitude:

Da die später anzubringenden Verbesserungen, abgesehen vom Einfluß des Gitterstroms an dem für die Amplitude gefundenen Ergebnis nur wenig ändern, wollen wir ihre Diskussion schon jetzt durchführen. Die beiden Hauptformeln für die Berechnung von \mathfrak{A} sind nach 2a:

$$(I) \quad \Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{-R \mathfrak{B}}{S_0 M_{\text{eff.}} N \omega^2},$$

$$(II) \quad \mathfrak{A} = - \frac{-\mathfrak{B} J_s}{S_0 \pi M_{\text{eff.}} \omega}.$$

Dazu fügen wir als dritte wichtige Bedingung diejenige für das Einsetzen in Form der Gleichung (32a), welche mit

derselben Annäherung — Vernachlässigung der Anodenkreiselbstinduktion — lautet:

$$(III) \quad S N M_{eff} \omega^2 = 0.$$

Die Gleichung (1) gibt \mathfrak{B} als Schnittabzisse der Geraden mit der Steigung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{S_0 M_{eff} N \omega^2}$$

und der Φ -Kurve. Die Grenzlage dieser Geraden, bei der ein Aussetzen der Schwingungen stattfindet, ist offenbar gegeben durch die Tangente von 0 an die Φ -Kurve. Die Grenzlage für das Einsetzen ist mittels (III) zu bestimmen. Setzt man den dortigen Wert für R in die Gleichung für $\operatorname{tg} \varphi$ ein, so wird

$$(60) \quad \operatorname{tg} \varphi_e = \frac{S}{S_0} = \frac{1}{1 + k^2}.$$

Dies ist aber gerade nach (55) die Steigung der Φ -Kurve im Ursprung. Wir erhalten also die Grenzlage für das Einsetzen als die Richtung der Tangente an die Φ -Kurve in 0, für das Aussetzen als die Richtung der Tangente von 0 (vgl. Fig. 11). Aus dem Verlauf der Φ -Kurven geht hervor, daß mit wachsender Vorspannung, d. h. mit zunehmendem k der Unterschied der beiden Richtungen immer größer wird, während für $k = 0$ beide zusammenfallen. Da zu der Grenzlage

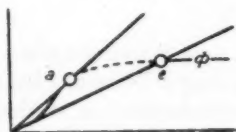


Fig. 11.

für das Einsetzen die dem Punkt e entsprechende Amplitude gehört, kann man die Amplituden, welche den zwischen e und a gelegenen Punkten der Kurve entsprechen, nur dadurch erhalten, daß man nach dem Einsetzen der Schwingungen die Kreis-konstanten (z. B. den Widerstand R) variiert. Zum Grenzpunkt für das Aussetzen gehört aber im allgemeinen ein endlicher Wert von \mathfrak{B} und damit eine endliche Amplitude. Man kann also im allgemeinen keine beliebig kleinen Amplituden herstellen. Eine Ausnahme macht nur der Fall $k = 0$, bei dem der Schnittpunkt schließlich bis 0 rückt. Da aber dann die Gerade die Kurve berührt, liegt die kleine Amplitude auf der Grenze zwischen labilem und stabilem Zustand, so daß sie sich

praktisch nicht realisieren läßt. Für die weitere Diskussion wollen wir die Hauptgleichungen noch etwas anders schreiben:

Es ist

$$\frac{-R}{S_0 M_{\text{eff.}} N \omega^2} = \frac{R \left(-\frac{1}{S_0} \right)}{L \omega \left(\frac{N}{L} \right) M_{\text{eff.}} \omega}.$$

$R/L\omega$ ist bis auf dem Zahlfaktor π das Dekrement δ des Kreises.

Da S_0 die Dimension eines reziproken Widerstands hat, ist $\frac{-1/S_0}{M_{\text{eff.}} \omega}$ ganz analog gebaut, wenn auch physikalisch nicht so einfach deutbar. Seinen reziproken Wert wollen wir als neue Variable ε einführen. Endlich kommt in (1) noch das Verhältnis N/L vor, das wir mit p bezeichnen wollen. Da nach (34) auch k dimensionslos ist, haben wir außer I_s nur die dimensionslosen Größen k , δ , ε , p als unabhängige Variabeln. In diesen lauten die Hauptgleichungen:

$$(Ia) \quad \Phi(k, \mathfrak{B}) = \frac{\delta \mathfrak{B}}{\pi \varepsilon p},$$

$$(IIa) \quad \mathfrak{A} = \frac{J_s \mathfrak{B}}{\pi \varepsilon}.$$

Hieraus ergibt sich:

1. Abhängigkeit der Amplitude von I_s . Da I_s nur in (II) vorkommt, wird die Amplitude dem Sättigungsstrom proportional.

2. Abhängigkeit von

$$\delta = \frac{\pi R}{L \omega}:$$

Da δ in (IIa) nicht eingeht, wird durch (IIa) nur der Maßstab geändert. \mathfrak{A} ist also in bezug auf die Abhängigkeit von δ der Schnittabzisse proportional. Für großes \mathfrak{B} , wobei links für Φ der Näherungswert 2 gesetzt werden kann, ist die Amplitude δ umgekehrt proportional. Graphische Darstellung der Abhängigkeit von δ siehe Fig. 12. In dieser, wie in den zwei folgenden sind diejenigen Amplitudenwerte, welche nur im stationären Zustand möglich sind, durch gestrichelte Kurven verbunden. Auch sind keine Maßstäbe angegeben, da diese erst durch die andern, konstant gehaltenen Größen bestimmt

werden. Parameter für die verschiedenen Kurven ist k , dessen Wert beigeschrieben ist.

3. Abhängigkeit von $p = \frac{N}{L}$: Auch p geht in (IIa) nicht ein, so daß das oben für δ gesagte auch für p gilt. Durch Vergrößerung von p wird die Neigung der Schnittgeraden immer mehr verkleinert und damit die Schnittabszisse vergrößert. Theoretisch wäre dieser Vergrößerung der Amplitude erst durch die Energiegleichung (59) eine Grenze gesetzt. Es ist aber folgendes zu bedenken: Um p zu vergrößern, hat nur eine Vergrößerung von N Nutzen, da eine Verkleinerung von L das Dekrement vermehren würde. Nun läßt

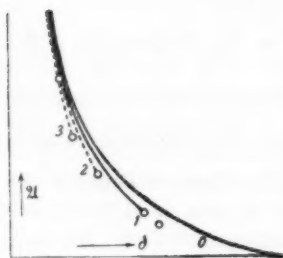


Fig. 12.

sich aber der wechselseitige Induktionskoeffizient N , wenn einmal das Koppelungsverhältnis 1 erreicht ist, nicht mehr steigern ohne entweder L oder L_a zu vergrößern. Eine Vergrößerung von L_a würde p nicht größer machen, es bleibt also nur die Möglichkeit, L zu vergrößern. Dies würde aber schließlich den Anodenstrom drosseln. Immerhin kann man sagen, daß im allgemeinen für den Anodenkreis eine engere Koppelung vorteilhaft ist.

4. Abhängigkeit von $\varepsilon = S_0 M_{\text{eff}} \omega$: ε geht in beide Hauptformeln ein. Vergrößert man ε , so wird dadurch zwar die Neigung der Schnittgeraden vermindert und die Schnittabszisse vergrößert, gleichzeitig wird aber infolge (IIa) die Abszisse wieder durch eine größere Zahl dividiert. Aus der Gleichung der Schnittgeraden

$$y = \frac{\delta}{\pi \varepsilon p} \mathfrak{B}$$

und (IIa) folgt durch Division:

$$\mathfrak{A} = \frac{J_1 p}{\delta} y.$$

In bezug auf die Abhängigkeit von ε ist also die Amplitude der Schnittordinate proportional und nähert sich wie diese einem endlichen Grenzwert. Graphische Darstellung für verschiedene k in Fig. 13!

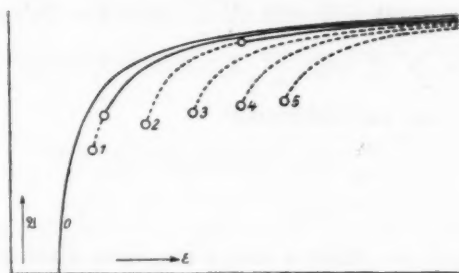


Fig. 13.

5. Abhängigkeit von $k = \frac{S_0 \pi}{J_e} [E_g + D(E_a - E_a^*)]$: Da k in (IIa) nicht eingeht, ist \mathfrak{A} zunächst den Schnittabzissen proportional. Wir wollen aber die Abhängigkeit von k bei verschiedenen Werten von ε untersuchen. Dann sind nach oben die Schnittordinaten die maßgebenden Größen. Als Parameter der in Fig. 14 gezeichneten Kurven für die Abhängigkeit von k ist das Verhältnis $\varepsilon/\varepsilon_0$ gewählt, wenn wir den Mindestwert von ε für $k = 0$ mit ε_0 bezeichnen.

Aus der Figur geht hervor: Will man, wie es in der drahtlosen Telephonie bei der Gitterbesprechung der Fall ist, mit relativ kleinen Schwankungen von k möglichst große Änderungen der Amplitude erhalten, so ist ein kleiner Wert von ε , dem eine lose Gitterkoppelung entspricht, vorteilhaft. Bei der Unter-

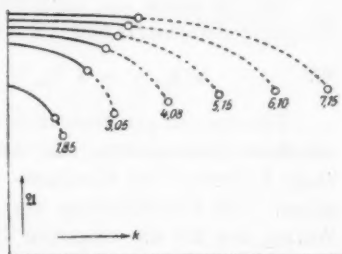


Fig. 14.

suchung des Einflusses des Gitterstroms wird es sich dann noch überdies zeigen, daß die Amplitude im allgemeinen bei verhältnismäßig loser Gitterkoppelung einen Höchstwert erreicht.

6. Berücksichtigung der höheren Glieder der \arctg -Reihe: Die verbesserte Darstellung des Anodenstroms lautet unter Vernachlässigung der Anodenkreiselinduktion:

$$(61) \quad \begin{cases} i_a = \text{const} + \frac{J_s}{\pi} \text{artg} \frac{S_0 \pi}{J_s} \left[E_g + D(E_a - E_a^*) - M_{\text{eff}} \frac{di}{dt} \right] \\ + \sum \frac{h_i}{J_s} \text{artg} \frac{S_i \pi}{h_i} \left[E_g + D(E_a - E_a^*) - l_i - M_{\text{eff}} \frac{di}{dt} \right] \end{cases}$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$(62) \quad \begin{cases} \frac{S_i \pi}{h_i} [E_g + D(E_a - E_a^*) - l_i] = k_i, \\ \frac{S_i \pi}{h_i} M_{\text{eff}} = \beta_i. \end{cases}$$

und versteht die früher k und β genannten Größen mit dem Index 0, so wird

$$(63) \quad \begin{cases} i_a = \text{const} + \frac{J_s}{\pi} \text{artg} (k_0 + \mathfrak{B} \cos \omega t) \\ + \sum \frac{J_s}{\pi} \cdot \frac{h_i}{J_s} \text{artg} \left(k_i + \frac{\beta_i}{\beta_0} \mathfrak{B} \cos \omega t \right) \end{cases}$$

Dabei sind k_i und β_i/β_0 dimensionslose Größen, so daß die zu ihrer Berechnung dienenden Stücke im Maßstab der Figur entnommen werden können. Entwickelt man die arctg-Funktionen in Fourierreihen und nimmt man von jeder das erste cos-Glied, so wird

$$(64) \quad i_a = \text{const} + \frac{J_s}{\pi} \left\{ \Phi(k_0, \mathfrak{B}) + \sum \frac{h_i}{J_s} \Phi(k_i, \frac{\beta_i}{\beta_0} \mathfrak{B}) \right\} \cos \omega t.$$

An die Stelle der einfachen Φ -Funktion tritt jetzt in den Hauptgleichungen (1) und (11) eine zusammengesetzte Funktion:

$$(65) \quad \Omega(k_0, \mathfrak{B}) = \Phi(k_0, \mathfrak{B}) + \sum \frac{h_i}{J_s} \Phi(k_i, \frac{\beta_i}{\beta_0} \mathfrak{B}).$$

Die zugehörigen Kurven lassen sich leicht zeichnen, da die einzelnen Summanden aus den einfachen Φ -Kurven durch bloße Änderung des Abszissen- und Ordinatenmaßstabs hervorgehen. Die Durchführung der Rechnung ergibt, je nach den Werten der für die einzelnen Röhren natürlich verschiedenen Konstanten, einen um 5 bis 10 Proz. größeren Wert der Amplitude, als der einfache arctg-Ansatz. Daß der einfache arctg-Ansatz zu kleine Werte liefert, rührt daher, daß an der Stelle der größten Abweichung die wahre Kennlinie steiler verläuft als die arctg-Kurve.

e) Einfluß der Anodenkreiselinduktion:

Haben wir nach dem in 3a ausgeführten Verfahren einen ersten Wert für \mathfrak{A} und ω gefunden, so können wir ihn nach-

träglich unter Berücksichtigung der Anodenkreiselbstinduktion folgendermaßen verbessern: Zunächst ergibt sich für $k = 0$ als Mittelwert der in Gleichung (36 c) mit r bezeichneten Größe $\left(\frac{\text{tg } y}{y}\right)$

$$(66) \quad r = \frac{\mathfrak{B}}{\Phi(k, \mathfrak{B})}.$$

Diese Definition dehnen wir auch auf den Fall $k = 0$ aus. Die Berechtigung dazu ergibt sich aus der guten Übereinstimmung des damit gefundenen Ergebnisses mit dem durch graphische Integration von (36) erhaltenen. Mit diesem konstanten Wert von r erhält man:

$$(67) \quad y = \text{const} + \frac{\mathfrak{B} r}{c_0^2 \omega^2 + r^2} \cos \omega t + \frac{c_0 \omega \mathfrak{B}}{c_0^2 \omega^2 + r^2} \sin \omega t.$$

Wie man sieht, ist die Drosselwirkung, welche durch das zu r^2 tretende Glied $c_0^2 \omega^2$ ausgedrückt wird, nur vom Quadrat von $(c_0 \omega)$ abhängig. In zweiter Näherung können wir daher noch immer die Drosselwirkung vernachlässigen und schreiben:

$$(68) \quad y = \text{const} + \Phi(k, \mathfrak{B}) \cos \omega t + \frac{c_0 \omega \Phi^2(k, \mathfrak{B})}{\mathfrak{B}} \sin \omega t$$

und

$$(68a) \quad i_a = K + \frac{J_s}{\pi} \Phi(k, \mathfrak{B}) \cos \omega t + \frac{J_s}{\pi} \frac{c_0 \omega \Phi^2(k, \mathfrak{B})}{\mathfrak{B}} \sin \omega t.$$

Setzt man dies in der Gleichung für den Schwingungskreis ein, so erhält man durch Nullsetzen des Koeffizienten der sinus-Glieder:

$$(69) \quad \omega^2 = \frac{1}{L C \left[1 - \frac{J_s^2 N L_a D \Phi^2(\mathfrak{B})}{\mathfrak{B}^2 M_{\text{eff}} L \pi^2} \right]}.$$

Diese Gleichung verwandelt sich unter Berücksichtigung von (42) in

$$(IV) \quad \left\{ \begin{aligned} \omega^2 &= \frac{\omega_0^2}{1 - D \frac{R}{L \omega} \cdot \frac{R}{M_{\text{eff}} \omega} \cdot \frac{L_a}{N}} \\ &= \omega_0^2 \left[1 + D \left(\frac{R}{L \omega} \right) \left(\frac{R}{M_{\text{eff}} \omega} \right) \left(\frac{L_a}{N} \right) \right]. \end{aligned} \right.$$

Vergleicht man diese Formel mit der im Abschnitt 2 gefundenen für unendlich kleine stationäre Schwingungen

$$(19a) \quad \omega^2 = \frac{\omega_0^2}{1 + \frac{R S D L_a}{L}},$$

so wird

$$S = - \frac{R}{N M_{\text{eff}} \omega^2}.$$

Dies ist aber gerade die für das Einsetzen dieser kleinen Schwingungen, die allerdings labil sind, geltende Bedingung (III). Da $N M_{\text{eff}} < 0$, so folgt aus (IV), daß die Frequenz kleiner ist als die Eigenfrequenz des Schwingungskreises.

Will man in dritter Annäherung die Drosselwirkung in Rechnung setzen, so ergibt eine einfache Rechnung, daß man zu einem verbesserten Wert von b gelangt, wenn man die Steigerung der zur Lösung von (I) verwandten Geraden im Verhältnis

$$(70) \quad \lambda = 1 + \frac{D^2 S_0^2 L_a^2 \omega^2 \Phi^2(\mathfrak{B})}{\mathfrak{B}^2}$$

vergrößert, wobei in den Ausdruck für λ die zuerst gefundenen Werte von \mathfrak{B} einzusetzen sind.

Anhang zu Abschnitt 3.

Der zeitliche Verlauf des Anschwingungsvorganges.

Nachdem im 3. Abschnitt die Formeln für die Energieübertragung entwickelt sind, ist es leicht, den zeitlichen Verlauf des Anwachsens der Amplitude zu verfolgen, wenn man dabei den von Zenneck¹⁾ bei den Lichtbogenschwingungen eingeschlagenen Weg wählt und als Zeitelement für den Anlaufvorgang die Zeit einer Schwingung nimmt. Im stationären Zustand war die vom Anodenkreis pro Periode zugeführte Energie gleich der in dieser Zeit im Widerstand des Kreises verzehrten Energie. Während des Anwachsens der Amplitude überwiegt die zugeführte Energie und dient zur Vermehrung des Energieinhalts des Schwingungskreises. Es ist also

$$(71) \quad dW = \left[\frac{\mathfrak{W} N \omega J_s}{2\pi} \Phi \left(k, - \frac{S_0 \pi}{J_s} M_{\text{eff}} \omega \mathfrak{W} \right) - \frac{\mathfrak{W}^2 R}{2} \right] dt.$$

Nun ist die Energie des Kreises bekanntlich

$$(72) \quad W = \frac{L \mathfrak{W}^2}{2}.$$

Setzt man dies oben ein, so folgt durch Integration

$$(73) \quad t = \int_{\mathfrak{W}_0}^{\mathfrak{W}} \frac{2 L d\mathfrak{W}}{\frac{N \omega J_s}{\mathfrak{W}} \Phi \left(k, - \frac{S_0 \pi}{J_s} M_{\text{eff}} \omega \mathfrak{W} \right) - \mathfrak{W} R}.$$

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 43. S. 481. 1914.

Die Integration muß graphisch ausgeführt werden. In Fig 15 sind 2 Beispiele ausgeführt, a) ohne, b) mit „Vorspannung“. Aus dem zweiten sieht man, daß bei Vorspannung das Anwachsen zunächst langsam vor sich geht, bis der steile Teil der Kennlinie erreicht ist.

Zahlenbeispiel für den Verlauf des
Anschwingungsvorgangs

Annahmen:

$$\omega = 2\pi \cdot 60000 \text{ sec}^{-1}$$

$$N = 2 \cdot 10^{-8} \text{ H}$$

$$M = -2,4 \cdot 10^{-4} \text{ H}$$

$$S_0 = 0,8 \cdot 10^{-8} \text{ Am./Volt}$$

$$J_s = 18 \cdot 10^{-3} \text{ M. A.}$$

$$R \text{ bei a) } 5 \Omega$$

$$,, \text{ b) } 2,35 \Omega$$

$$k = \frac{S_0 \pi}{J_s} [E_0 + D(E_0 - E_s^*)]$$

$$\text{bei a) } 0 \quad \text{bei b) } 4$$

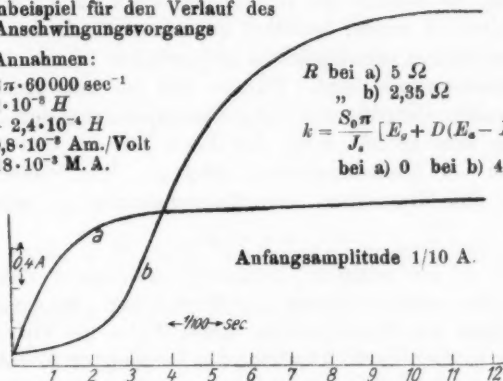


Fig. 15.

4. Der Einfluß des Gitterstromes.

a) Allgemeines Verhalten des Gitterstromes:

Die bisherigen Ergebnisse stimmen mit der Wirklichkeit nur dann überein, wenn durch besondere Maßnahmen, welche unten erwähnt werden, der Gitterstrom auf ein kleines Maß reduziert ist. Im allgemeinen werden aber infolge des Gitterstromes die Verhältnisse wesentlich verwickelter. Der allgemeine Verlauf des Gitterstromes ist folgender (vgl. die Arbeit von Rukop im Jahrb. der drahtl. Telegr. 14. S. 2. 1919, der auch die Fig. 16

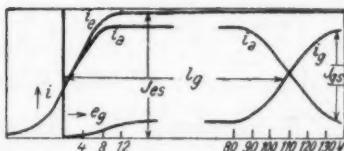


Fig. 16.

entnommen ist): Sobald das Gitter positiv ist, beginnt ein schwacher Gitterstrom zu fließen, der aber bald mit einem Anteil von etwa 10 Proz. des Emissionsstromes konstant wird. Dieser Teil des Gitterstromes, der nebenbei von der Anoden-

spannung praktisch unabhängig ist, hat wenig Einfluß. Dadurch, daß wir ihn vernachlässigen, heben wir ungefähr gerade den durch den einfachen \arctg -Ansatz entstandenen Fehler auf, der von annähernd der gleichen Größe, aber entgegengesetztem Zeichen ist. Erreicht die Gitterspannung ungefähr die Anodenspannung, so beginnt der Gitterstrom stark zu wachsen. Er wird schließlich wieder konstant bei einem Wert, der bei den einzelnen Röhren verschieden ist und zwischen 50 und 100 Proz. des Emissionsstromes liegt. Daraus, daß der neue Anstieg des Gitterstromes eintritt, wenn die Gitterspannung der Anodenspannung nahe kommt, folgt, daß dieser Teil des Gitterstromes stark von der Anodenspannung abhängt. Wir wollen daher auch für den Gitterstrom eine Steuerspannung $e_{g, st}$ einführen:

$$e_{g, st} = e_g - D_g e_a.$$

Dabei ist D_g ein positiver, annähernd konstanter Zahlfaktor, der bei den meisten Röhren den Wert 1 hat. Bezeichnen wir die Abszisse des Wendepunktes dieses Teiles des Gitterstromverlaufes in dem nach Abschnitt 1b festgelegten Koordinatensystem mit l_g , die Steigung der Gitterstromkennlinie in diesem Punkt mit S_{g0} , die Erhebung des Grenzwertes des Gitterstromes über den „kleinen Gitterstrom“ mit $J_{g,0}$, so wird der Gitterstrom dargestellt durch

$$(75) \quad i_g = \frac{J_{g,0}}{2} + \frac{J_{g,0}}{\pi} \arctg \frac{S_{g0} \pi}{J_{g,0}} [e_g - D_g (e_a - E_a^*) - l_g].$$

Der Anodenstrom wird, wenn wir jetzt alle auf den Emissionsstrom bezüglichen Größen mit dem Index e versehen:

$$(76) \quad \left\{ \begin{aligned} i_a = i_e - i_g = \frac{J_{e,0}}{2} - \frac{J_{g,0}}{2} + \frac{J_{e,0}}{\pi} \left\{ \arctg \frac{S_{e0} \pi}{J_{e,0}} [e_g + D_e (e_a - E_a^*)] \right. \\ \left. - \frac{J_{g,0}}{J_{e,0}} \arctg \frac{S_{g0} \pi}{J_{g,0}} [e_g - D_g (e_a - E_a^*) - l_g] \right\}. \end{aligned} \right.$$

b) Berechnung der Amplitude unter vereinfachten Annahmen.

Die vollständigen Gleichungen für Schwingungs-, Gitter- und Anodenkreis lauten jetzt außer (75) und (76):

$$(77) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + N \frac{d^2 i_a}{dt^2} + M \frac{d^2 i_g}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

$$(78) \quad e_g = E_g - M \frac{di}{dt} - L_g \frac{di_g}{dt}.$$

$$(79) \quad e_a = E_a - N \frac{di}{dt} - L_a \frac{di_a}{dt}.$$

Wir vernachlässigen wie früher zunächst L_g und L_a und führen die den früheren Bezeichnungen analogen Abkürzungen ein:

$$(80) \quad \left\{ \begin{array}{l} k_e = \frac{S_{e0} \pi}{J_{e0}} [E_g + D_e (E_a - E_a^*)] \\ k_g = \frac{S_{g0} \pi}{J_{g0}} [E_g - D_g (E_a - E_a^*) - i_g] \\ \beta_e = \frac{S_{e0} \pi}{J_{e0}} (M + D_e N) \quad \beta_g = \frac{S_{g0} \pi}{J_{g0}} (M - D_g N) \\ -\beta_e \mathfrak{A} \omega = \mathfrak{B} \quad -\beta_g \mathfrak{A} \omega = \frac{\beta_g}{\beta_e} \mathfrak{B} \end{array} \right.$$

Damit wird

$$(81) \quad i_a = \text{const} + \frac{J_{e0}}{\pi} \left\{ \Phi(k_e, \mathfrak{B}) \cos \omega t - \frac{J_{g0}}{J_{e0}} \Phi(k_g, \frac{\beta_g}{\beta_e} \mathfrak{B}) \cos \omega t \right\}.$$

$$(82) \quad i_g = \text{const} + \frac{J_{g0}}{\pi} \Phi(k_g, \frac{\beta_g}{\beta_e} \mathfrak{B}) \cos \omega t.$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung für den Schwingungskreis ein, so ergibt sich durch Nullsetzen der Koeffizienten der sinus- und cos-Glieder:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC},$$

$$(83) \quad \frac{J_e N \omega}{\pi} \left\{ \Phi(k_e, \mathfrak{B}) - \frac{J_{g0}}{J_{e0}} \Phi(k_g, \frac{\beta_g}{\beta_e} \mathfrak{B}) + \frac{M}{N} \frac{J_{g0}}{J_{e0}} \Phi(k_g, \frac{\beta_g}{\beta_e} \mathfrak{B}) \right\} = R \mathfrak{A}.$$

Vergleicht man die Bestimmungsgleichung für die Amplitude mit der entsprechenden Gleichung (42), so erkennt man, daß nun die linke Seite um zwei Ausdrücke verkleinert ist (auch der dritte Posten in der Klammer ist negativ, da $\frac{M}{N} < 0$). Der erste dieser Terme rührt daher, daß der Gitterstrom den Anodenstrom vermindert, der zweite kommt von der induktiven Rückwirkung des Gitterkreises auf den Schwingungskreis. Der Schaden, den der Gitterstrom anrichtet, ist also ein doppelter: Außer der Schwächung des Anodenstromes entzieht er auf induktivem Wege dem Schwingungskreis Energie, die sich in kinetische Energie der Elektronen und dann in Wärme verwandelt. Die (42a) analoge Gleichung für \mathfrak{B} lautet:

$$(83a) \quad \Phi(k_e, \mathfrak{B}) - \left(\frac{N-M}{N} \right) \frac{J_{g0}}{J_{e0}} \Phi(k_g, \frac{\beta_g}{\beta_e} \mathfrak{B}) = - \frac{R \mathfrak{B}}{S_e (M + D_e N) N \omega^2}$$

Die Funktion links ist leicht aufzuzeichnen: Sie stellt die Differenz dar zwischen einer einfachen Φ -Kurve und einer zweiten Kurve, welche aus einer einfachen Φ -Kurve durch Änderung des Abszissen- und Ordinatenmaßstabes hervorgeht. Setzen wir für die Maßstabsfaktoren die Abkürzungen m und n , so lautet die Gleichung für \mathfrak{B} :

$$(83b) \quad \Phi(k_e, \mathfrak{B}) - n \Phi(k_g, m \mathfrak{B}) = - \frac{R \mathfrak{B}}{S_0(M + D_e N) N \omega^2}.$$

Dazu kommt, wie früher:

$$\mathfrak{A} = - \frac{\mathfrak{B} J_{e,}}{\pi(M + D_e N) \omega}.$$

Um das durch den Gitterstrom hervorgerufene Zusatzglied weniger wirksam zu machen, haben wir zwei Möglichkeiten: Da nämlich die Φ -Kurven erst von ungefähr $\mathfrak{B} = k$ wesentlich von Null abweichen, können wir das Gebiet, in welchem der Einfluß des Gitterstromes unmerklich ist, erweitern, indem wir 1. den Betrag von k_g vergrößern oder 2. durch Verkleinern des Maßstabsfaktors m das Knie des Anstieges möglichst hinausrücken. Haben wir genügend Anodenspannung zur Verfügung, so kommen wir auf dem ersten Weg schnell zum Ziel. Wir brauchen nur eine negative Gittervorspannung anzulegen und die alte Lage des Ruhepunktes auf der Kennlinie durch Vergrößerung der Anodenspannung wiederherzustellen. Es sei z. B.

$D_e = 0,08$, $D_g = 1$, $E_g = 0$, $E_a^* = 100$ Volt, $E_a = E_a^*$,
also

$$k_e = 0, \quad l_g = 110 \text{ Volt}, \quad k_g = -\text{const} \cdot 110 \cdot \text{Volt}.$$

Nimmt man jetzt $E_g = -10$ Volt, so muß man, um $k_e = 0$ wiederherzustellen, E_a auf 225 Volt erhöhen. Für den Emissionsstrom bleibt dann alles beim alten, für den Gitterstrom aber wird $k_g = -235 \cdot \text{const}$. Damit ist der Punkt des Anstieges des Gitterstromes auf etwa das Doppelte hinausgerückt. Die zweite Möglichkeit (Änderung der Maßstabsfaktoren) läßt sich nur durch Variation der Koppelungen M und N durchführen, die ihrerseits aber die Amplitude wieder beeinflußt. Um ihre Wirkung zu überblicken, ist eine eingehende Diskussion der Abhängigkeit der Amplitude von den Koppelungen M und N erforderlich, welche wir nun vornehmen wollen.

c) Diskussion des Resultates:

Wir führen wie früher als Variable ein: das Dekrement δ und das Verhältnis $\frac{N}{L} = p$. M tritt aber jetzt nicht mehr wie früher nur in der Kombination $M + D_g N$ auf, sondern auch in dem Ausdruck $(M - D_g N)$. Wir führen daher jetzt das Verhältnis $\frac{M}{L} = -q$ als Veränderliche ein, wobei wir mit Rücksicht auf die verschiedenen Vorzeichen von N und M für q das negative Zeichen wählen. Rechts bleibt dann noch die ebenfalls dimensionslose Größe $\frac{1/S_0}{L\omega}$, welche wir mit ζ bezeichnen wollen. In diesen Variablen schreiben sich die Hauptgleichungen zur Bestimmung von \mathfrak{A} :

$$(V) \quad \Phi(k_g, \mathfrak{B}) - n \Phi(k_g, m \mathfrak{B}) = \frac{\delta \zeta \mathfrak{B}}{\pi p (q - D_g p)},$$

$$(VI) \quad \mathfrak{A} = \frac{J_{g0} \zeta \mathfrak{B}}{\pi (q - D_g p)},$$

$$(VII) \quad m = \frac{S_{g0}}{S_{e0}} \frac{J_{g0}}{J_{e0}} \frac{q + D_g p}{q - D_g p},$$

$$(VIII) \quad n = 1 + \frac{q}{p},$$

$$(IX) \quad k_e = \frac{S_{e0} \pi}{J_{e0}} [E_g + D_e (E_a - E_a^*)],$$

$$(X) \quad k_g = \frac{S_{g0} \pi}{J_{g0}} [E_g - D_g (E_a - E_a^*) - l_g].$$

Diese Formeln sind für die praktische Berechnung der Amplitude aus den Generatordaten sehr bequem. Aus den Röhrenkonstanten und den Kreisdaten berechne man zunächst die Größen (VII) bis (X). Dann zeichne man die Kurve

$$y = \Phi(k_e, \mathfrak{B}) - n \Phi(k_g, m \mathfrak{B}) = \Psi(k_e, \mathfrak{B})$$

und schneide sie mit der Geraden

$$y = \operatorname{tg} \varphi \cdot \mathfrak{B} = \frac{\delta \zeta \mathfrak{B}}{\pi p (q - D_g p)}.$$

Die Schnittabzisse gibt \mathfrak{B} , woraus mittels (VI) \mathfrak{A} . Die Abhängigkeit der Amplitude von den Verhältnissen (M/L) und (N/L) wird durch den Gitterstrom gegenüber den in Abschnitt 3c gefundenen Beziehungen in einschneidender Weise verändert. Dort ergab sich mit wachsender Gitterkreiskopplung Zunahme der Amplitude bis zu einem asymptotisch er-

reichbaren Grenzwert, mit wachsender Anodenkreiskoppelung fortgesetzte Zunahme bis zu der durch den Wirkungsgrad 1 gegebenen Grenze. Jetzt werden wir finden, daß es sowohl für die Gitter- als die Anodenkreiskoppelung ein Optimum gibt. Für die weiteren Untersuchungen wollen wir die Konstanten der Rukopschen Fig. 16 zugrunde legen, welche im Maßstab der Figur sind

$$J_{e0} = 6,8, S_{e0} = 2, J_{g0} = 5, S_{g0} = 0,64, l_g = 27,5, k_g = 11,1.$$

Damit ergaben sich die in Fig. 17 für verschiedene q/p gezeichneten zusammengesetzten Φ -Kurven. Da die Maßstabs-

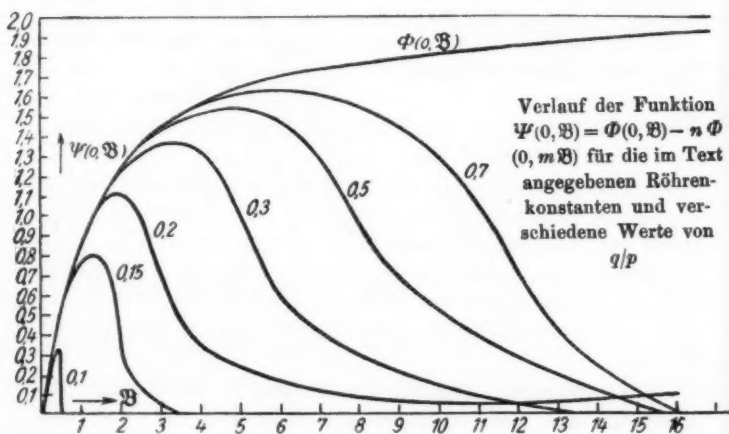


Fig. 17.

faktoren nur von den Verhältnissen abhängen, haben die Kurven für alle die Werte von p und q Gültigkeit, für welche das Verhältnis gleich den beigeschriebenen Zahlen ist. Der Schnitt der Kurven mit der zu gleichem q und p gehörenden Geraden gibt dann B als Schnittpunkt. Um daraus \mathcal{A} zu erhalten, müssen wir noch mit $\frac{\pi(q - D, p)}{J_{e0} \zeta}$ dividieren. Aus (V) und (VI) erkennt man, daß dann \mathcal{A} den Schnittordinaten proportional wird. In Fig. 18a ist das Ergebnis der Konstruktion zunächst für $p = 1$ dargestellt. Abszissen sind die q , Ordinaten die Amplituden, Parameter der verschiedenen Kurven die Dekre-

mente δ . Dabei ist bei der mit δ_0 bezeichneten Kurve 1 der Wert von δ angenommen, bei dem für $q = 0,1$ eben noch Schwingungen möglich sind, bei den anderen Kurven das $\frac{1}{2}$, 2, 3, 5-fache dieses Wertes zugrunde gelegt und der Ordinatenmaßstab der Kurve mit der Dämpfung $n\delta_0$ n -mal vergrößert. Man erkennt aus der Fig. 18a: Bei großer Dämpfung (Kurve 5) ist die Abhängigkeit der Amplitude von der Gitterkoppelung dieselbe wie sie im Abschnitt 3c gefunden

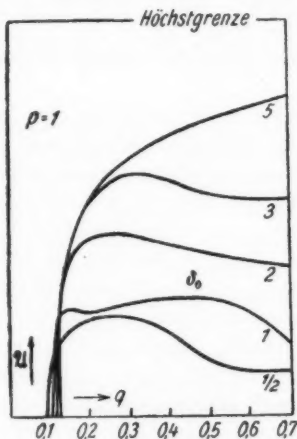


Fig. 18a.

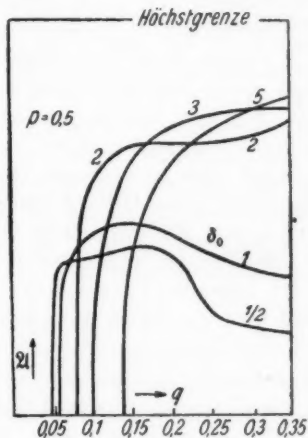


Fig. 18b.

wurde. Die Schnittgerade trifft die Ψ -Kurve immer im aufsteigenden Ast, der Gitterstrom macht sich nicht bemerkbar. Bei kleinerer Dämpfung (z. B. Kurve 3) schneidet zwar für kleine q die Gerade die Kurve noch im aufsteigenden Ast, der Schnitt wandert aber mit zunehmendem q auf den absteigenden Ast hinüber, dementsprechend bekommt die Kurve der Abhängigkeit von q ein Maximum. Bei weiterer Vergrößerung der Gitterkoppelung wird die Amplitude wieder verkleinert. Die Abhängigkeit von q verläuft aber verschieden je nach dem Wert von p . In Fig. 18b ist die Abhängigkeit von q unter Annahme einer nur halb so großen Anodenkreiskoppelung im übrigen gleicher Verhältnisse wie in Fig. 18a aufgezeichnet. Die Amplitude ist bei den Kurven mit kleinerer Dämpfung

ganz bedeutend vergrößert. Die Kurve 3 hat jetzt kein Maximum mehr. Man kann also außerdem noch durch Veränderung von p die Amplitude vergrößern. Dadurch, daß man die \mathcal{A} , q -Kurven für verschiedene Werte von p aufzeichnet, bekommt man die beiden Werte von p und q , zu denen ein Maximum der Amplitude gehört.

In bezug auf die Abhängigkeit von ζ bei festgehaltenen p und q ergibt sich, daß \mathcal{A} ebenfalls den Schnittordinaten proportional ist. Die Kurven haben daher ebenfalls ein Maximum.

d) Der Einfluß der bisher vernachlässigten Größen (Gitter- und Anodenkreisselbstinduktion):

Für den Einfluß der Anodenkreisselbstinduktion gilt das unter 3e Gesagte. Aber auch die Gitterkreisselbstinduktion erzeugt eine dem Strom im Schwingungskreis phasengleiche Komponente des Gitterstromes und dabei auch, da ja der Gitterstrom vom Emissionsstrom abzuziehen ist, im Anodenkreis, wodurch die Frequenz geändert wird. Beim Gitterkreis ist aber noch folgendes zu beachten: In bezug auf den Gitterstrom verhält sich die Röhre wie ein elektrisches Ventil, da das Gitter im Gegensatz zur Anode auch zeitweilig negativ wird. Dann tritt aber beim Vorhandensein einer Selbstinduktion die zuerst von Papalex¹⁾ untersuchte Erscheinung auf: Mit zunehmender Selbstinduktion wird die Zeit, während der Strom fließt, immer länger (Fig. 19). Zerlegt man nun eine derartige Ventilstromkurve in ihre Harmonischen, so ergibt sich, wie in der Figur angedeutet, für die Grundschwingung eine bedeutende Phasenverschiebung, die wesentlich größer ist, als

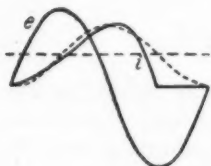


Fig. 19.

die bei gewöhnlichen Kreisen aus dem Verhältnis $L\omega/R$ berechnete. Der Gitterstrom übt dadurch einen verhältnismäßig großen Einfluß auf die Frequenz aus. Dadurch erklärt sich auch die häufig beobachtete Erscheinung, daß durch Veränderung des Heizstromes der Glühkathode und damit von I , eine Änderung der Frequenz hervorgerufen wird, während in

1) Papalex¹⁾, Ann. d. Phys. 43. S. 976. 1912.

Formel (IV) I_g nicht eingeht. Durch Änderung von I_g kommt man nämlich auf einen andern Punkt der Kennlinie, dadurch wird der Gitterstrom geändert und damit auch die Frequenz.

5. Übertragung der Ergebnisse auf andere Schaltungen.

a) Die verschiedenen Schaltungsmöglichkeiten:

Die unseren Rechnungen zugrunde gelegte Schaltung wird in der Praxis wenig angewandt, statt ihrer ist eine Reihe anderer Schaltungen in Gebrauch, die sich aus unserer „Grundschaltung“ leicht ableiten lassen. Bei diesen sind die Kopplungen M und N zum Teil nicht induktiv, sondern direkt, indem die Spannung von den Enden der Selbstinduktion oder der Kapazität des Kreises abgenommen wird. Je nachdem das erste oder das zweite der Fall ist, wollen wir von „Selbstinduktion“- oder „Kapazitäts“-Koppelung reden. Da wir jede der beiden Koppelungen sowohl induktiv, wie als Selbstinduktions-, wie als Kapazitätskoppelung ausbilden können, haben wir neun verschiedene Möglichkeiten, von denen die gebräuchlichsten mit der Grundschaltung verglichen werden sollen. Es wird dabei im allgemeinen genügen, die Differentialgleichungen zu vergleichen und die den Größen der Grundschaltung analogen Ausdrücke festzustellen. Zum Vergleich wollen wir nochmals die Differentialgleichungen der Grundschaltung zusammenstellen: Es gilt für den Schwingungskreis ohne Vernachlässigung:

$$(a) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + N \frac{d^2 i_a}{dt^2} + M \frac{d^2 i_g}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0,$$

für die Gitterspannung:

$$(a') \quad \varepsilon_g = E_g - M \frac{di}{dt} - L \frac{di_g}{dt};$$

für die Anodenspannung:

$$(a'') \quad e_a = E_a - N \frac{di}{dt} - L_a \frac{di_a}{dt}.$$

b) Gitterkreiskoppelung M induktiv, Anodenkreiskoppelung: Selbstinduktionskoppelung¹⁾ (Fig. 20). In den meisten Darstellungen findet man die Auffassung, daß sich der Anodenstrom in einen Strom im Selbstinduktionszweig und einen Strom im

1) Kann auch als Kapazitätskoppelung aufgefaßt werden.

Kapazitätszweig teile. Diese Auffassung, die natürlich vom Standpunkt der Rechnung einwandfrei ist, trifft den Kern der Sache nicht. In Wirklichkeit haben wir im Schwingungskreis einen starken Strom i und gleichzeitig fließt durch ihn der

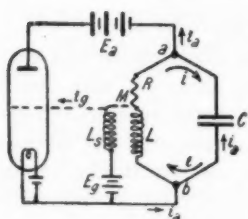


Fig. 20.

schwache Anodenstrom i_a . Wir wollen den Ansatz so machen, daß der Gleichstromanteil des Anodenstroms durch den Induktionszweig, der Wechselstromanteil durch den Kapazitätszweig gehe, den außerdem im Schwingungskreis fließenden Strom nennen wir i ; mit dieser Zerlegung sind die Kirchhoffschen Verzweigungsgesetze sowohl im Punkt a als im Punkt b erfüllt. Es ist nun im Schwingungskreis:

$$(b) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + M \frac{d^2 i_g}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} - \frac{i_a}{C} = 0.$$

Die Gitterspannung beträgt:

$$(b') \quad e_g - E_g - M \frac{di}{dt} - L_g \frac{di_g}{dt}.$$

Die Anodenspannung wird zu:

$$(b'') \quad e_a = E_a - L \frac{di}{dt} - Ri.$$

Das Vorzeichen von i_a ist durch unsere frühere Festsetzung über das positive Zeichen von N bestimmt. Da die an Stelle von N tretende Selbstinduktion L nicht negativ sein kann, müssen wir als positive Richtung von i_a diejenige nehmen, welche in der Selbstinduktion mit i gleichgerichtet ist. Solange man nun von der kleinen Phasenverschiebung des Anodenstroms und der durch sie hervorgerufenen Frequenzänderung absieht, was wir bei der Berechnung der Amplitude stets getan haben, ist

$$i_a = - \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 i_a}{dt^2} = - LC \frac{d^2 i_a}{dt^2}.$$

Damit erhalten die Differentialgleichungen die Form (a) und man erhält die Amplitude, wenn man in den auf sie bezüglichen Gleichungen der vorhergehenden Abschnitte N durch L ersetzt. M muß dann negativ sein. Die Frequenz muß besonders berechnet werden, die Rechnung läßt sich, wenn man

von der Wirkung des Gitterstroms auf die Frequenz absieht, für diese Schaltung exakt durchführen und ergibt:

$$(IVb) \quad \omega^2 = \omega_0^2 \left[1 - \frac{DR}{L\omega} \frac{R}{(M + DL)\omega} \right].$$

Wegen des negativen Zeichens von M wird die Frequenz größer als die Eigenfrequenz des Kreises.

c) Anodenkreiskoppelung induktiv, Gitterkreiskoppelung: Selbstinduktionskoppelung¹⁾ (Fig. 21).

Es gelten die Differentialgleichungen:

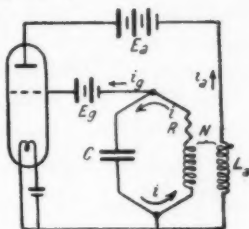


Fig. 21.

$$(c) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + N \frac{d^2 i_a}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i - \frac{1}{C} i_g = 0,$$

$$(c') \quad e_g = E_g - L \frac{di}{dt} - R i - L_g \frac{di_g}{dt} - R i_g,$$

$$(c'') \quad e_a = E_a - N \frac{di}{dt} - L_a \frac{di_a}{dt}.$$

Für die Amplitudenberechnung ist M durch L zu ersetzen. Die Wechselinduktion N muß negativ sein. Die Phasenverschiebung des Anodenstroms ist größer als bei der Telefonschaltung, da das Glied $R i$, welches sie hauptsächlich hervorruft, im Ausdruck für die Gitterspannung vorkommt, also nicht mehr mit dem Faktor D behaftet auftritt. Die Frequenz wird danach ohne Berücksichtigung des Gitterstroms:

$$(IVc) \quad \omega^2 = \omega_0^2 \left[1 - \frac{R}{L\omega} \cdot \frac{R}{(L + DN)\omega} \left(1 - \frac{DL_a}{N} \right) \right].$$

d) Die Spannungsteilerschaltung (Fig. 22):

Beide Koppelungen sind Selbstinduktionskoppelungen. Die Differentialgleichungen lauten:

$$(d) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + L_1 \frac{d^2 i_a}{dt^2} - L_2 \frac{d^2 i_g}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + R \frac{di_a}{dt} + \frac{i}{C} = 0,$$

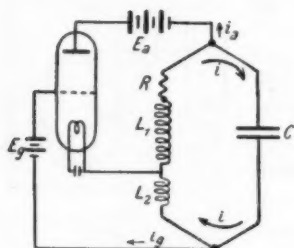
$$(d') \quad e_g = E_g + L_2 \frac{di}{dt} - L_2 \frac{di_g}{dt},$$

$$(d'') \quad e_a = E_a - L_1 \frac{di}{dt} - L_1 \frac{di_a}{dt} - R(i + i_a).$$

1) Vgl. die Anmerkung unter b).

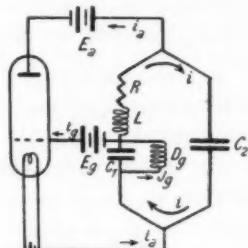
In den Formeln für die Amplitudenberechnung ist M durch $-L_2$, N durch L_1 zu ersetzen. Die Frequenz berechnet sich ohne Gitterstrom zu:

$$(IVd) \quad \omega^2 = \omega_0^2 \left[1 - \frac{D R}{L \omega} \frac{R}{(-L_2 + D L_1) \omega} \left(1 - \frac{L_1}{L} \right) \right].$$



Spannungsteilerschaltung.

Fig. 22.



Schaltung mit Kapazitätskoppelung.

Fig. 23.

e) Schaltung mit Kapazitätskoppelung:

Als Beispiel einer Schaltung mit Kapazitätskoppelung sei die in Fig. 23 gezeichnete Schaltung gewählt. Für sie gelten die Gleichungen:

$$(e) \quad L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} - \frac{i_a}{C_2} + \frac{i_g}{C_1} = 0,$$

$$(e') \quad e_g = E_g - \frac{1}{C_1} \int i dt - \frac{1}{C_1} \int i_g dt,$$

$$(e'') \quad e_a = E_a + \frac{1}{C_2} \int i_a dt - \frac{1}{C_2} \int i_a dt.$$

Für die Amplitudenberechnung ist in den früheren Formeln zu ersetzen: M durch $-\frac{1}{C_1 \omega_0^2}$, N durch $\frac{1}{C_2 \omega_0^2}$.

Die Frequenz berechnet sich zu:

$$(IVe) \quad \omega^2 = \omega_0^2 \left[1 + D \frac{R}{\frac{1}{C_2 \omega_0}} \cdot \frac{R}{\left(\frac{1}{C_1 \omega_0} - \frac{D}{C_2 \omega_0} \right)} \right].$$

f) Allgemeine Bemerkungen:

In bezug auf die Amplitude ergab sich eine vollkommene Analogie der verschiedenen Schaltungen mit der Grundschaltung. Ein Unterschied besteht lediglich in bezug auf die Frequenz

und das Verhalten gegen Oberschwingungen. (Näheres über diesen Punkt, der außerhalb des Rahmens unserer Untersuchung fällt, siehe Möller, die Elektronenröhren!). Bei den unter b und c untersuchten Schaltungen war zunächst angenommen, daß die ganze Selbstinduktion zur Koppelung verwendet wurde. Dadurch, daß man die auf das Gitter bzw. die Anode wirkende Spannung nur von einem Teil der Selbstinduktion abnimmt, gewinnt man die Möglichkeit, sowohl Gitter- und Anodenkreis-koppelung zu variieren, und so entsprechend dem Optimum von $\left(\frac{M}{L}\right)$ und $\left(\frac{N}{L}\right)$ die günstigsten Koppelungsverhältnisse auszusuchen. Dasselbe gilt natürlich auch für die Kapazitätskoppelungen.

Zum Schluß ist es mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Dr. Zenneck für zahlreiche Ratschläge bei der Ausführung der Arbeit meinen Dank auszusprechen.

München, Physik. Inst. d. Techn. Hochsch., 20. Juni 1922.

(Eingegangen 4. August 1922.)

2. *Über das kontinuierliche Röntgenspektrum; von Helmuth Kulenkampff.*

(Gekürzte Münchener Dissertation vom 9. Juni 1922.)

Im Gegensatz zur klassischen Theorie vom Wesen der kontinuierlichen Röntgenstrahlung hat die Entdeckung der quantenmäßigen Grenze des Spektrums (Duane-Huntsches Gesetz) zu der Auffassung geführt, zunächst, daß die Grenzfrequenz monochromatisch sein müsse, da sie anders nicht der maximal verfügbaren Energie zugeordnet sein kann; weiter, daß das Kontinuum in Wahrheit ein äußerst feines Viellinienspektrum sei, dessen jede Linie nach der Einsteinschen Gleichung des lichtelektrischen Effektes einer bestimmten Kathodenstrahlenergie $e \cdot V$ entstammt. Die Frage nach der Verteilung der Intensität auf verschiedene Wellenlängen wird damit zu einer statistischen Frage nach der Wahrscheinlichkeit bestimmter Umsetzungen der bei der Absorption der Kathodenstrahlen verfügbar gewordenen Energie; ihre Beantwortung erfordert genaue Kenntnis der Form des kontinuierlichen Spektrums.

Es ist nun ein unvermeidlicher Übelstand, daß Erzeugung wie Beobachtung der Röntgenstrahlen zahlreiche Entstellungen gerade der Intensitätsverteilung mit sich bringen. Die Röntgenstrahlen, in gewisser Tiefe der Antikathode entstehend, werden in ihr teilweise absorbiert, ebenso beim Austritt aus dem Entladungsrohr durch dessen Glaswand oder besonderes Fenster; der Spektrometerkristall reflektiert im allgemeinen verschiedene Wellenlängen mit verschiedener Stärke. Die Messung der Strahlenergie, durch Ionisation oder durch die photographische Platte, kann nur auf dem Umwege über sekundäre Wirkungen erfolgen. Die Überwindung dieser Schwierigkeiten aber bietet der experimentellen Forschung lohnende Aufgaben.

Ein Versuch in dieser Richtung ist in der vorliegenden Arbeit unternommen worden, mit dem Ziel, soweit als möglich Intensität und Form des kontinuierlichen Spektrums zu ermitteln in Abhängigkeit

1. vom Antikathodenmaterial; hierfür wurden die Spektren der acht Metalle: Al, Fe, Co, Ni, Cu, Ag, Sn, Pt¹⁾ bei der konstanten Spannung von 10470 Volt gemessen,

2. von der Geschwindigkeit der erzeugenden Kathodenstrahlen. Die Messung erfolgte an Ag und Pt im Spannungsintervall von 7000—12000 Volt.

Die Frage nach der Abhängigkeit vom Emissionsazimut wurde nicht in den Kreis der Untersuchungen einbezogen; es wird nur die rechtwinklig zum Kathodenstrahl ausgesandte Strahlung betrachtet.

Schon aus älteren Arbeiten²⁾, die mit der spektral nicht zerlegten Gesamtstrahlung ausgeführt wurden, ist bekannt, daß die Intensität einerseits etwa proportional der Ordnungszahl Z des Antikathodenmetalles ansteige, andererseits am gleichen Material annähernd quadratisch mit dem Potential der Kathodenstrahlen wachse. Untersuchungen an der spektral zerlegten Strahlung³⁾ haben diese Resultate bestätigt, ohne indessen wesentlich darüber hinauszugehen. Letzteres vor allem deshalb, weil in ihnen nicht der Versuch gemacht wurde, die erwähnten entstellenden Einflüsse zu eliminieren. So können auch aus den sorgfältigen Messungen Ulreys⁴⁾ allgemeine Gesetzmäßig-

1) Annähernd reines Al und Co bekam ich von Merck, Darmstadt; Ni und Ag von Kahlbaum, Berlin. Die übrigen Metalle stammen aus Institutsbeständen.

2) Ausführliches darüber bei R. Pohl, Die Physik der Röntgenstrahlen, Braunschweig 1912.

3) Vgl. den zusammenfassenden Bericht von E. Wagner, Jahrb. d. Radioak. u. Elektr. 16. S. 190. 1919. Eine inzwischen erschienene Arbeit von H. Behnken (Zeitschr. f. Phys. 3. S. 48. 1920) bringt für unsere Untersuchung keine neuen Gesichtspunkte.

4) C. T. Ulrey, Phys. Rev. 11. S. 401. 1918. Ulrey hat mit einem Coolidgerohr die Abhängigkeit von der Ordnungszahl an sechs Metallen bei 35 Kilovolt untersucht; ferner an Wolfram die Abhängigkeit von der Spannung im Bereich von 20—50 Kilovolt. Wir kommen auf die Ergebnisse unten zurück.

keiten nicht abgeleitet werden. March¹⁾, der in mehreren Arbeiten eine Theorie des kontinuierlichen Spektrums entwickelt hat, glaubt diese durch die Ulreyschen Messungen bestätigt zu sehen. Aus dem angeführten Grunde halte ich dies nicht für beweisend, wenn auch March versucht, eine nachträgliche Korrektur für Absorption in der Glaswand des Rohres anzubringen. Mit den Ergebnissen meiner Messungen ist seine Theorie nicht in Einklang zu bringen. Behnken²⁾ hat umgekehrt den Versuch gemacht, unter bestimmten Annahmen über die Stärke der Absorption in der Glaswand und in der Antikathode aus den Ulreyschen Resultaten eine allgemeine Spektralformel abzuleiten. Auch diese unterscheidet sich wesentlich von derjenigen, welche sich aus den Messungen der vorliegenden Arbeit ergibt. Der Grund hierfür dürfte einerseits darin zu suchen sein, daß Behnken unzutreffende Annahmen über die Kathodenstrahlabsorption macht, andererseits in der Ulreyschen Art der Intensitätsmessung.

Ulrey mißt nämlich die Ionisation in einer mit Bromäthyl Dampf gesättigten Kammer; sein Spektralbereich liegt im selektiv absorbierenden Gebiet des Broms, so daß ein wesentlicher Teil der Absorption auf Sekundärstrahlung entfällt. Die resultierende Ionisationswirkung ist im einzelnen nicht zu übersehen; jedenfalls aber müssen diese besonderen Umstände eine, vielleicht beträchtliche, Entstellung der Intensitätsverteilung bewirken.³⁾

Aus dem Gesagten geht hervor, daß einwandfreie Messungen, die zum Vergleich und zur Ergänzung der meinigen herangezogen werden könnten, nicht vorhanden sind. Da letztere auf einen verhältnismäßig engen Spannungsbereich und bestimmte Versuchsbedingungen beschränkt bleiben mußten, erschien es geboten, aus ihnen zunächst keine weiteren Schlußfolgerungen zu ziehen, die über den unmittelbaren experimentellen Tatbestand hinausgingen.

1) A. March, *Phys. Zeitschr.* 22, S. 209 u. 429. 1921 u. 23. S. 84. 1922; *Ann. d. Phys.* 65. S. 449. 1921.

2) H. Behnken, *Zeitschr. f. Phys.* 4. S. 241. 1921.

3) Abgesehen von der möglichen Wellenlängenabhängigkeit des Verhältnisses von Ionisation zu wahrer Strahlenergie, die uns hier nicht interessiert.

1. Die Versuchsanordnung.

a) *Das Entladungsrohr.* Die Röntgenstrahlen wurden im gasgefüllten Rohr erzeugt, einer Glaskugel von 20 cm Durchmesser mit einer kräftigen Aluminiumkathode. Das Rohr war so aufgestellt, daß die Antikathode senkrecht von oben eingeführt wird; der Kathodenstrahl verläuft horizontal. Die Röntgenstrahlen treten durch ein mit Aluminiumfolie bedecktes spaltförmiges Fenster aus.

Die mit fließendem Wasser gekühlte Antikathode (*A. K.*) wird mittels Glasschliff in das Rohr eingesetzt und kann leicht herausgenommen sowie bei evakuiertem Rohr um ihre Achse gedreht werden. Sie besteht aus einem Messingrohr von 18 mm Durchmesser, durch welches die Kühlwasserrohre (*E, A*) heruntergeführt sind und welches am oberen Ende durch Siegelack mit dem Glaskonus des Schliffes verkittet ist. Das Messingrohr trägt am unteren Ende einen vierkantigen, vom Kühlwasser durchströmten Hohlkörper aus Kupfer, auf dessen Außenseiten die jeweils als Antikathode dienenden Metalle in Form von 0,5—1 mm dicken Blechen aufgelötet werden.

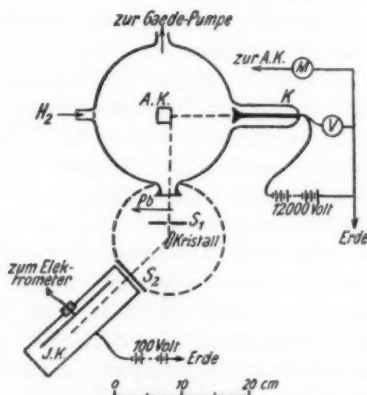
Es befinden sich also gleichzeitig vier Metalle im Rohr; durch Drehen der ganzen Antikathode im Glasschliff kann jedes von ihnen den Kathodenstrahlen ausgesetzt werden. Beim Befestigen der Metallbleche ist gute Lötung erforderlich, da — wie unten näher ausgeführt — vollkommene Wärmeabgabe nach innen verlangt werden muß. Aluminium wurde zu diesem Zweck rückseitig galvanisch verkupfert und dann mit gewöhnlichem Lötzinn gelötet; Zinn selbst wurde aus reiner Zinnfolie zusammengeschmolzen und auf Kupferblech aufgesetzt.

Einzelheiten über die Kühlung der Antikathode vgl. unter 1b.

Das Rohr war anfangs mit Luft gefüllt; es zeigte sich aber, daß schon nach kurzem Betrieb sich Oberflächenschichten auf den bestrahlten Antikathodenmetallen bildeten, die eine einwandfreie Intensitätsmessung unmöglich machten. Auch Stickstofffüllung des Rohres änderte wenig an diesen Mißständen. Es wurde dann Wasserstoff benutzt und zugleich für gründliche Fernhaltung von Quecksilberdampf gesorgt. Die Leitung zur Gaede-Quecksilberpumpe, welche die Evakuierung besorgte, wurde deshalb gekühlt; anfangs mit Kälte-

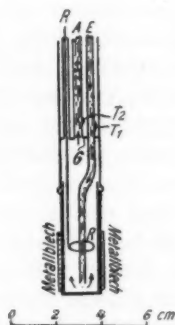
mischung aus fester Kohlensäure und Alkohol, später mit flüssiger Luft. Bei dieser intensiven Kühlung, welche dafür sorgt, daß nur reiner Wasserstoff sich im Entladungsrohr befindet, zeigten die Antikathodenmetalle auch nach vielstündiger Bestrahlung noch frischen Glanz.

Um einerseits dem schädlichen Einfluß geringfügiger Undichtigkeiten des mit vielen Kittstellen versehenen Rohres, andererseits der im Betriebe eintretenden Selbstevakuierung zu



Schema der Versuchsanordnung.

Fig. 1.



Antikathode.

Fig. 1 a.

begegnen, ließ ich dauernd frischen Wasserstoff durch das Rohr strömen. Die Gaedepumpe ist also fortwährend in Tätigkeit. Der Wasserstoff wurde elektrolytisch entwickelt und, über P_2O_5 getrocknet, in einem Vorvakuum von etwa 2 mm Druck gesammelt. Von hier kann er durch ein fein regulierbares Ventil in das Entladungsrohr eintreten; vorher passiert der Wasserstoffstrom ebenfalls die Kühlvorlage. Korrespondierende Regulierung des Einlaßventils und der Pumpe gestattet es, die Entladungsstromstärke gut konstant zu halten.

Der Durchmesser des Kathodenstrahlbrennflekes auf der Antikathode betrug etwa 12 mm.

Der Betrieb des Rohres erfolgte mit der streng konstant gehaltenen Spannung einer Akkumulatorenbatterie von etwas

über 12000 Volt; eine Beschreibung derselben ist von Wagner¹⁾ mitgeteilt worden.

Die Spannung konnte mit dem ebenda beschriebenen elektrostatischen Voltmeter (V in Fig. 1) in einem Bereich von 7000—12000 Volt auf 1 Promille genau gemessen werden. Das Instrument ist inzwischen unter Verwendung eines konstanten Hochspannungswiderstandes von 2 Millionen Ohm neu geeicht worden (nach dem Ohmschen Gesetz, Strommessung durch Kompensation gegen Normalelemente); die Spannungsangaben können für unsere Zwecke als exakt richtig angesehen werden. (Fehler ± 10 Volt.)

Zur Messung des Entladungsstromes befindet sich ein Milliampereometer (M) im Stromkreis, ein empfindliches Zeigerinstrument, welches 0,01 Milliampere abzulesen gestattet. Es war zwischen Antikathode und Erde geschaltet, so daß ein bei feuchter Witterung stets vorhandener Erdschlußstrom von der Hochspannungsbatterie in ihm nicht zur Messung kam.

b) *Die Messung der Kathodenstrahlenergie.* Die so gemessene Stromstärke gibt aber bei Gasentladung kein richtiges Maß für die wirksame Kathodenstrahlenergie, und zwar in erster Linie wegen der *Rückdiffusion der Kathodenstrahlen* aus der Antikathode. Ein erheblicher Teil der Elektronen wird in ihr stark abgelenkt und tritt ohne großen Geschwindigkeitsverlust wieder aus, geht mithin für die Röntgenstrahlerzeugung von vornherein verloren. Die Rückdiffusion nimmt mit steigender Atomnummer erheblich zu²⁾; vergleichende Messungen der Röntgenstrahlausbeute an verschiedenen Metallen können also ohne Berücksichtigung derselben nicht ausgeführt werden.

Es ist ferner zu bedenken, daß bei Gasentladung der Gesamtstrom sich aus *Elektronen- und Ionenstrom* zusammensetzt. Bei gleichbleibenden Bedingungen der Entladung, d. h. vor allem bei gleichem Antikathodenmaterial, besteht allerdings weitgehende Proportionalität zwischen Elektronenstrom i_e und Gesamtstrom i_g , wie Wagner¹⁾ festgestellt hat. Durch Druckänderung im Entladungsrohr wurde, bei konstanter Spannung,

1) E. Wagner, Ann. d. Phys. 57. S. 401. 1918.

2) Vgl. P. Lenard, Quantitatives über Kathodenstrahlen aller Geschwindigkeiten. Abhandlung. der Heidelb. Akad. d. Wissensch. 1918. (Tab. 17.)

die Gesamtstromstärke geändert; genau entsprechend änderte sich die dem Elektronenstrom proportionale Röntgenstrahlintensität. Ich konnte dieses Resultat bestätigen. Dagegen ist nicht zu übersehen, wie die mit dem Antikathodenmaterial sich ändernde Sekundärstrahlung und Rückdiffusion auf die Stromverhältnisse einwirken.

Es war also nötig, die Kathodenstrahlenergie direkt zu messen, und zwar in Form der *Wärmeenergie*, welche die Kathodenstrahlen der Antikathode zuführen. Da die rückdiffundierenden Elektronen nur einen geringen Bruchteil — dieser wird allerdings wohl in Wärme umgesetzt — ihrer Geschwindigkeit in der Antikathode verlieren¹⁾, bleiben sie von dieser Messung nahezu ausgeschlossen. Andererseits wird bekanntlich nur ein sehr geringer Prozentsatz, gegen 1—2 Promille, der Kathodenstrahlenergie in Röntgenstrahlung verwandelt; praktisch findet sich also die gesamte, der Antikathode tatsächlich zugeführte Energie in der erzeugten Wärmemenge wieder.

Diese Wärme wird vollständig an das durchströmende Kühlwasser abgegeben und kann also durch die Temperaturerhöhung desselben mittels Thermoelement gemessen werden. Letzteres konnte in einfacher Weise so hergestellt werden, daß an das Zuleitungs- wie an das Ableitungsrohr des Kühlwassers je ein Konstantandraht (T_1 T_2 , Fig. 1 a) gelötet wurde; zum Wärmeschutz wurden die Lötstellen mit Watte umkleidet. E und A sind Messingrohre von 0,5 mm Wandstärke; die den Innenraum des Kupferkörpers nach oben abschließende Platte G , die den Thermostromkreis an dieser Stelle schließt, ist ebenfalls aus Messing, so daß weitere Thermokräfte nicht auftreten können.

Wesentlich für diese Messung ist, daß das Wasser den Kühlraum mit konstanter Geschwindigkeit durchfließt. Das Wasser wurde deshalb einem besonderem Reservoir, welches bis zu einer konstanten Höhe gefüllt gehalten wurde, entnommen; die Strömungsgeschwindigkeit kann dann durch die

1) Nach P. Lenard (a. a. O.) sind die Geschwindigkeitsverluste bei der Rückdiffusion zwar größer (2- bis 4fach), als bei normal fortgesetztem Strahlverlauf, aber bei der Mehrzahl der Elektronen immer noch von kaum merklichem Betrag.

Höhe der Ausflußöffnung reguliert werden. Die konstruktiven Verhältnisse (die innere Weite des Kühlraumes und des Antikathodenhalses beträgt nur 15 mm) brachten es mit sich, daß die Kühlvorrichtung auf sehr engem Raum angeordnet werden mußte. Es machten sich deshalb anfangs turbulente Strömungen und starke Abscheidung von Luftblasen in den engen Räumen sehr störend bemerkbar; die Strömungsgeschwindigkeit wurde trotz konstanten Wasserdruckes mitunter bis zu völligem Aussetzen verändert. Das Galvanometer zeigte erhebliche, unregelmäßige Schwankungen des Thermostromes an, die auf ungleichmäßige Wärmeabgabe an das Wasser hindeuteten. Diese Schwierigkeiten konnten erst dadurch überwunden werden, daß in den Kühlraum ein Rührer *R* eingesetzt wurde. Dieser mußte von außen betätigt werden; er bestand aus einem Draht-ring mit langem Stiel, welcher durch ein besonderes, drittes Rohr nach außen geführt wurde. Dieses war nach oben bis zur Höhe des Wasserspiegels im Reservoir verlängert, wodurch eine Abdichtung des Rührerstieles vermieden wurde. Der Rührer wurde durch einen Motor mit Exzentrerscheibe ziemlich rasch auf und ab bewegt.

Der Erfolg dieser Einrichtung war durchaus befriedigend. Die Strömungsgeschwindigkeit des Kühlwassers — sie wurde bei jeder Versuchsreihe mehrmals gemessen — blieb jetzt fast vollkommen konstant. So ergaben sich z. B. bei einem etwa fünfstündigen Versuch folgende Werte, wobei in Zwischenräumen von etwa 30 Minuten die in 50 Sekunden ausfließende Wassermenge durch Wägung bestimmt wurde:

211; 213; 210; 210; 209; 208; 208; 208; 208; g in 50 sec.

Weiter bewirkte der Rührer auch gleichmäßige Erwärmung des Kühlwassers, kenntlich an nahe konstantem Ausschlag des Galvanometers im Thermokreis. Letzteres, ein Drehspulgalvanometer von Siemens & Halske mit einem Spulenwiderstand von 25 Ohm, wurde ohne besonderen Vorschaltwiderstand verwandt; seine Empfindlichkeit betrug, gemessen mit dem Thermosystem im Stromkreis, 1 Skalenteil auf 0,388 Mikrovolt. Die Ablesung erfolgte durch objektive Abbildung eines Nernst-schen Glühstiftes auf einer 2,3 m entfernten Millimeterskala. Es ergab sich so im Mittel ein Ausschlag von 150 Skalenteilen, der auf etwa 3 Skalenteile konstant blieb. Innerhalb dieses

Zwischenraumes schwankte der Ausschlag unregelmäßig in Zeiten von einigen Sekunden; durch längere Beobachtung bei konstanter Entladung konnte leicht der mittlere Ausschlag auf $\frac{1}{2}$ Skalenteil genau festgestellt werden.

Schwankungen in der Entladungsstromstärke kann naturgemäß der Thermostrom nur mit erheblicher Trägheit folgen. Da solche im Betriebe nicht zu vermeiden sind, wurde bei der Messung so verfahren, daß die zur Zeit einer Elektrometerablesung bestehende Stromstärke, wie sie das Milliampereometer anzeigt, notiert wurde; die Einzelablesungen einer Beobachtungsreihe werden hiernach auf konstante Stromstärke proportional umgerechnet. Das Verhältnis des Entladungsstromes zum Thermostrom (= Verhältnis i_g/i_e) wird im Mittel über längere Zeit gesondert gemessen; es erwies sich innerhalb einer Versuchsreihe stets als konstant und konnte deshalb nachträglich als allgemeiner Proportionalitätsfaktor eingeführt werden. Auch bei erheblichen Stromänderungen, bis auf den halben Betrag herab, bleibt dies Verhältnis konstant; ebenso, wie bereits erwähnt, daß zur Röntgenstrahlintensität. Zwei diesbezügliche Messungen ergaben folgendes Resultat:

Ver- suche	i_g in Milliampere	Thermostrom proportional i_e	$\frac{i_e}{i_g}$	Röntgen- strahlinten- sität J	$\frac{J}{i_g}$
1 {	3,74	122	32,6	11,6	3,10
	4,46	146	32,6	13,9	3,11
2 {	2,18	49,5	22,7	4,5	2,06
	4,26	97,5	22,9	8,7	2,04

Es war weiter zu prüfen, ob etwa beim Vergleich verschiedener Antikathodenmaterialien deren verschiedene Wärmeleitfähigkeit einen Einfluß ausübt auf die nach innen an das Wasser abgegebene Wärmemenge. Dies könnte möglich sein, da die von den Kathodenstrahlen getroffene äußere Oberfläche offenbar bei schlechten Wärmeleitern eine höhere Temperatur annimmt als bei guten; eine etwa merklich vorhandene Wärmestrahlung oder Wärmeleitung durch das Wasserstoffgas müßte also in verschiedenem Betrage wirken. Die Prüfung wurde in der Weise vorgenommen, daß die Röntgenstrahlung einerseits

von einem reinen Kupferblech von 1 mm Dicke, andererseits von einem galvanisch dünn verkupferten Eisenblech gleicher Dicke verglichen wurde. Beide Bleche liefern die Kupferstrahlung; bezogen auf gleiche, durch den Thermostrom gemessene Kathodenstrahlenenergie geben beide gleiche Röntgenstrahlintensität, wie die folgende Tabelle zeigt:

Wellenlänge in Å	Röntgenstr. Intensität	
	Voll-Cu	Cu auf Fe
1,68	20,2	20,0
2,09	20,4	20,4
2,37	15,6	15,8

Die Zahlen sind nach der § 3 besprochenen Methode für etwa verschieden starke Absorption in der Antikathode korrigiert und lassen einwandfrei erkennen, daß Fehler der betrachteten Art nicht in Frage kommen. Sämtliche Messungen sind deshalb direkt auf die am Thermoelement gemessene Kathodenstrahlenenergie bezogen.

Wie erheblich demgegenüber die Zugrundelegung des Gesamtstromes der Entladung alle weiteren Resultate fälschen würde, läßt die folgende Zusammenstellung erkennen, in der zu den oben stehenden Elementen als Antikathoden diejenigen Gesamtstromstärken i_g in Milliampere angegeben sind, die erforderlich waren, um in ihnen gleiche Erwärmung, d. h. gleichen wirksamen Elektronenstrom zu erzeugen. Letzterer berechnet sich aus der Wärmemessung für den hier betrachteten Fall zu rund 2,4 Milliampere, wenn die Thermokraft Konstanten-Messing mit 41 Mikrovolt pro 1° angesetzt wird.

Element	Al	Fe, Co, Ni, Cu	Ag, Sn	Pt
i_g	3,7	4,2	4,7	5,3

Die Zunahme von i_g nach schwereren Elementen liegt im Sinne der gleichartig wachsenden Rückdiffusion. Hand in Hand damit geht die weitere Beobachtung, daß zur Erzielung der gleichen Gesamtstromstärke bei schwereren Elementen ein höheres Vakuum im Entladungsrohr nötig ist. Anschaulich zeigte sich dies, wenn man die mit vier verschiedenen Metallen besetzte

Antikathode im Glasschliff drehte, während der Entladungsstrom eingeschaltet und der Gasdruck im Rohr sowie die Spannung konstant blieb. Dreht man etwa von Cu auf Al, so fällt sofort die Stromstärke; trifft dann der Kathodenstrahl auf Ag, so steigt sie erheblich über den Anfangswert hinaus, um ihn schließlich auf Cu genau wieder zu erreichen. Die Erscheinung beruht darauf, daß die verminderte bzw. vermehrte Elektronenrückdiffusion (event. auch die Sekundärstrahlung) Anlaß gibt zu verminderter bzw. vermehrter Stoßionisation bei gleichbleibender Gasmoleküllzahl in ccm.

c) *Das Spektrometer*, nach dem Bragg'schen Prinzip konstruiert, trägt an der Eintrittsseite der Röntgenstrahlen einen fest montierten Spalt S_1 ; ein zweiter Spalt S_2 befindet sich vor der Ionisationskammer JK und ist mit ihr zugleich um die Achse des Spektrometers drehbar. Beide Spalte bestehen aus 3 mm starken Al-Blech, welches die benutzten weichen Strahlen nicht durchdringen. Sekundärstrahlung von den Spalträndern wird durch die Verwendung von Aluminium weitgehend vermieden. Der Höhe nach — Längsrichtung der Spalte — war das Röntgenstrahlbündel so zu begrenzen, daß es auch am hinteren Ende der Ionisationskammer nicht auf deren Seitenwände traf. Der Spalt S_1 wurde deshalb bis auf eine Höhenöffnung von 12 mm abgeblendet. Ein Bleischieber Pb ermöglicht exaktes Ein- und Ausschalten der Röntgenstrahlung.

Der Kristall ist in Verlängerung der Spektrometerachse auf einem besonderen Halter so montiert, daß seine reflektierende Oberfläche genau in die Drehachse gebracht werden kann.

Die zylindrische Ionisationskammer besteht aus Aluminium; an der Eintrittsseite der Strahlen hat sie eine Öffnung, welche mit dünnstem Aluminumschaumblatt bedeckt ist. Innen befindet sich, parallel zur Längsachse der Kammer, eine isoliert eingeführte Elektrode aus Aluminium, exzentrisch angeordnet, so daß sie von den Röntgenstrahlen nicht getroffen werden kann. Von hier führt eine elektrostatisch geschützte Leitung zum Elektrometer. Als zweite Elektrode dient die Kammerwand selbst; sie wird von einer Akkumulatorenbatterie auf 100 Volt aufgeladen. Eine Prüfung ergab, daß diese Spannung zur Erzielung vollen Sättigungsstromes ausreichte.

Die Ionisationskammer ist mit Luft gefüllt.

Der Ionisationsstrom wird gemessen durch Aufladung des Fadens eines Wulfschen Einfadenelektrometers. Die beiden Schneiden des Instrumentes sind auf ± 100 Volt aufgeladen. Die Empfindlichkeit wurde meist auf etwa 8 Skalenteile pro 0,1 Volt eingestellt; sie wurde durch besondere Vorrichtung während der Versuche fortlaufend kontrolliert.

Es seien hier schließlich noch folgende Maße angegeben, deren Kenntnis für spätere Berechnungen nötig ist:

Entfernung vom Al-Fenster des Rohres bis zum Kristall 68 mm,
Entfernung vom Kristall bis zur Ionisationskammer . . . 85 mm.

(Die Entfernung der Spaltmitten S_1 und S_2 vom Kristall beträgt 25 bzw. 75 mm).

(innerer) Durchmesser der Ionisationskammer 48 mm,
Länge der Ionisationskammer 184 mm.

2. Die Messung der spektralen Intensitätsverteilung.

Im folgenden sollen zunächst die allgemeinen Methoden der Messung besprochen werden, sowie die Ermittlung derjenigen Spektralkurven, aus denen durch Berücksichtigung der entstehenden Absorptionseinflüsse die wahre Intensitätsverteilung entnommen wird. Die Messung bzw. Berechnung dieser Absorptionseinflüsse wird unten gesondert behandelt.

a) Die Justierung des Strahlenganges und des Kristalls erfolgte nach bewährter Methode hinreichend genau in der Weise, daß zunächst durch Verschiebung der Spaltbacken von S_1 das Röntgenstrahlbündel (beobachtet am Fluoreszenzschirm) genau durch die Drehachse gelenkt und darauf durch ein Lichtbündel ersetzt wurde, mit Hilfe dessen die optisch spiegelnde Kristalloberfläche in richtige Stellung gebracht wurde.

Der Winkel „Null“ wird so ermittelt, daß die Ionisationskammer — der Kristall wird entfernt — genau in „Fluchtstellung“, d. h. auf das Maximum des geradlinigen Primär-röntgenstrahles gebracht wird. Von hier aus wird ein Winkel 2φ eingestellt und der zugehörige Winkel φ des Kristalls durch schrittweise Drehung durch denjenigen Bereich bestimmt, innerhalb dessen noch reflektierte Strahlung in die Ionisationskammer gelangt; die Stellung maximaler Reflexion gibt den gesuchten Winkel. Eine gute Kontrolle der Winkelmessung war da-

durch möglich, daß sich in allen untersuchten Metallen geringe Verunreinigungen befanden, meist Eisen, mit Spektrallinien im gemessenen Bereich.

b) Als *Spektrometerkristall* ist Kalkspat benutzt, und zwar einer der beiden Kristalle, deren Reflexionsvermögen von E. Wagner und Verf.¹⁾ gemessen worden ist.

Die Reflexion erfolgt am feststehenden Kristall. Gegenüber der Methode der kontinuierlichen Kristalldrehung bedeutet dies eine wesentlich vereinfachte Handhabung; soweit kontinuierliche Strahlung in Frage kommt, ist sie auch frei von den Fehlern, welche dieselbe Methode für die Messung monochromatischer Strahlung unbrauchbar machen. Die Reflexionsverhältnisse sind a. a. O. im einzelnen näher erörtert; als Bedingung für richtige Messung mit stehendem Kristall ist dort nur die aufgestellt, daß die ganze reflektierte Strahlung, welche eine erhebliche Winkelöffnung besitzen kann, auch vollständig in die Ionisationskammer gelangt. Mit Steinsalz konnte in der genannten Arbeit diese Bedingung nicht erfüllt werden, wohl aber mit Sicherheit bei Verwendung von Kalkspat, wie ich auch hier erneut festgestellt habe.

Ausreichend ist hierfür bereits eine Weite des Spaltes S_2 von etwa 2,5 mm; um aber von etwa vorhandenen kleinen Justierfehlern unabhängig zu sein, habe ich den Spalt noch erheblich weiter gewählt (4 mm). Diese große Spaltöffnung bringt allerdings einen anderen Übelstand mit sich, daß nämlich die Sekundärstrahlung vom Kristall (zerstreute Strahlung) in erheblichem Maße in die Ionisationskammer gelangt. Sie mußte also stets gesondert gemessen werden. Ihre Stärke betrug durchschnittlich etwa 20 Proz. der Reflexionsintensität und war im allgemeinen im ganzen Spektralbereich konstant.

Eine Beeinflussung der Spektren durch Reflexion in zweiter oder höherer Ordnung kommt, wie den unten wiedergegebenen Kurven zu entnehmen ist, in nennenswertem Betrag nirgends in Frage.

Für die Gitterkonstante der (100)-Ebene von Kalkspat ist der Siegbahn'sche Wert $d = 3,029 \text{ \AA}$ angenommen.

1) E. Wagner u. H. Kulenkampff, Ann. d. Phys. 68. S. 369. 1922.

c) Die Messung erfolgt in bekannter Weise so, daß Kristall und Ionisationskammer, stets in der festgelegten Reflexionsstellung zueinander, in kleinen Schritten durch den ganzen zu messenden Spektralbereich geführt werden. Die Schritte betragen im allgemeinen je 30—50' (für den Kristall); an Stellen, wo Spektrallinien auftreten, müssen sie enger aneinander gelegt werden.

Die in jeder Richtung reflektierte Intensität wird als Ionisationsstrom durch Aufladung des Elektrometers in einer bestimmten Zeit gemessen; die für genügend große Ausschläge erforderlichen Zeiten betragen zwischen 15 und 60 Sekunden. Die Zeitmessung erfolgte nach den Sekundenschlägen eines Relais, welches an die im Institut befindliche Normaluhr angeschlossen ist.

Die erzielten Elektrometerausschläge lagen zwischen 10 und 25 Skalenteilen; Zehntel können noch mit Sicherheit geschätzt werden. Der Fehler der Einzelmessung kann also etwa 1 Proz. betragen; sekundäre Umstände bewirken, daß er im allgemeinen etwas größer ist. Durch unmittelbare Wiederholung der gleichen Ablesung können aber letztere, sowie persönliche Irrtümer, leicht eliminiert werden.

Grundsätzlich wurde jedes einmal durchgemessene Spektrum an einem späteren Tage nochmals gemessen; es müssen sich innerhalb der Fehlergrenzen die gleichen Werte ergeben. Andernfalls ist nach der Ursache der Abweichung zu suchen; nachdem aber die eingangs besprochenen Schwierigkeiten behoben waren, ergab sich volle Reproduzierbarkeit.

Als Beleg dafür mag die Wiedergabe der Einzelbeobachtungen eines Ag-Spektrums bei 10470 Volt dienen (Fig. 2). Die Figur läßt erkennen, daß die Beobachtungspunkte der zeitlich zum Teil recht weit auseinander liegenden Messungen doch sämtlich auf eine gemeinsame Kurve fallen. Zwischen den Versuchsreihen liegen jeweils Messungen an den übrigen drei Metallen, die mit Silber zusammen sich auf der Antikathode befanden (es waren dies Pt, Cu, Co). Am 24. Januar wurde die Antikathode herausgezogen; man sieht, das selbst dieser Eingriff (Änderungen der unten erwähnten Art wurden sorgfältig vermieden!) die Reproduzierbarkeit nicht störte.

Die Figur gibt zugleich ein Bild der Meßgenauigkeit. Als Ordinaten sind die Elektrometerablesungen in Skalenteilen pro

20 sec aufgetragen; abgezogen ist die Streustrahlung, welche hier 3,4 bis 3,5 Skalenteile für die gleiche Zeit betrug. Die Winkelstellung des Kristalls ist bis auf $\pm 0,5'$ genau definiert.

Silber $V = 10470$ Volt

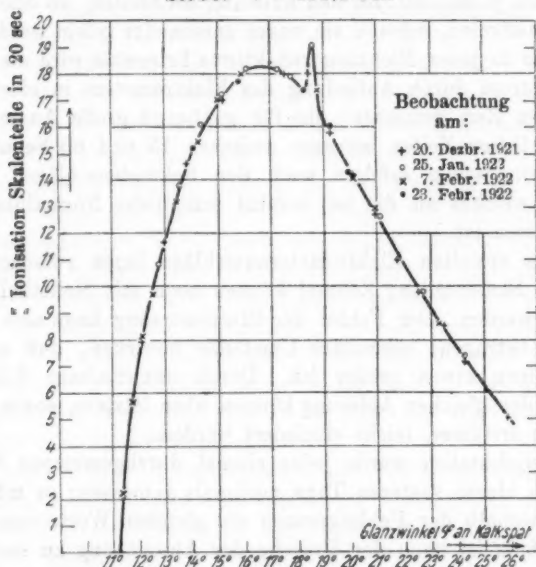


Fig. 2.

Zusammengehörige Beobachtungen sind trotzdem nach Möglichkeit am gleichen Tage ausgeführt worden. So wurde insbesondere bei den die Abhängigkeit vom Antikathodenmetall betreffenden Messungen an ein Spektrum stets noch das eines zweiten Metalles angeschlossen, welches als Ausgangspunkt für die nächste Beobachtungsreihe diente.

Nachdem die Spektren von vier Metallen gemessen sind, müssen diese von der Antikathode entfernt und neue angebracht werden, womit erhebliche Eingriffe am Entladungsrohr verbunden sind. Um etwaigen dabei auftretenden, unerkannten Veränderungen zu begegnen, wurden nur drei neue Metalle genommen und eines der bereits gemessenen wieder beigelegt, welches den Anschluß vermittelte.

Im ganzen waren drei in sich geschlossene Beobachtungsreihen erforderlich. Innerhalb jeder derselben waren irgendwelche Neujustierungen nicht erforderlich, so daß insbesondere der Spalt S_1 , dessen Weite die gemessene Intensität proportional ist, nicht verstellt zu werden brauchte. Er war etwa 0,86 mm weit; aber die Einstellung der Spaltbacken konnte nicht so exakt vorgenommen werden, daß diese Weite mit der erforderlichen Genauigkeit reproduzierbar gewesen wäre. In der angegebenen Weise wird diese Fehlerquelle vermieden.

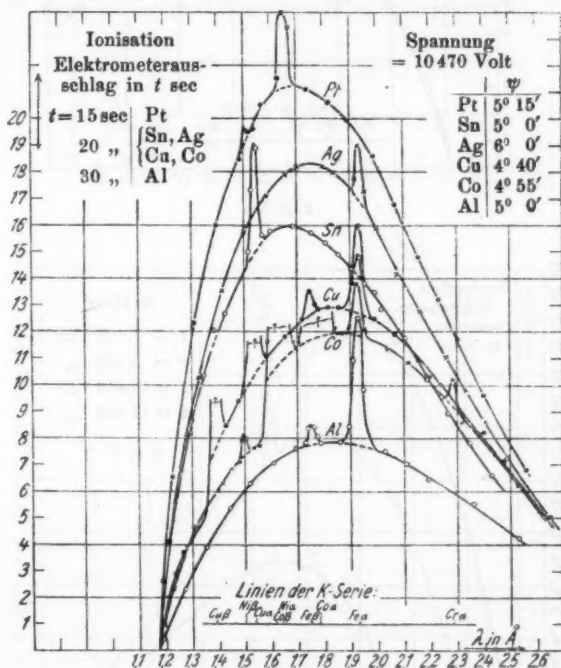


Fig. 3.

d) Die Ergebnisse dieser Messungen sind in den Fig. 3 bis 6 zusammengestellt. Die 8 Spektren der Fig. 3 und 4 sind mit der konstanten Spannung von 10470 Volt erhalten; die Spektren von Fe und Ni sind in Fig. 4 getrennt gezeichnet, um Fig. 3 nicht unübersichtlich zu machen. Der Deutlichkeit halber

Spannung = 10470 Volt

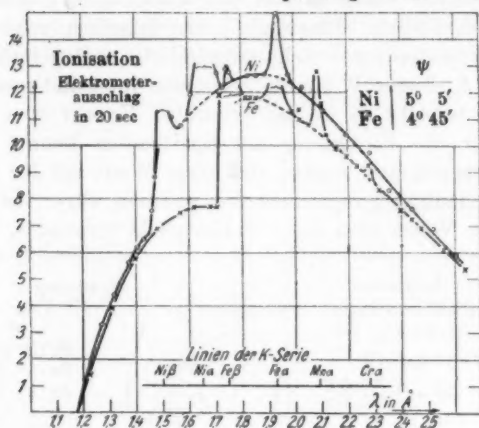


Fig. 4.

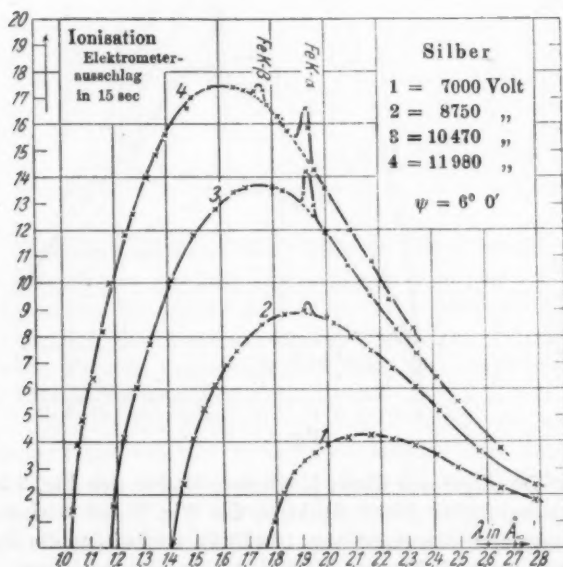


Fig. 5.

sind ferner in der gleichen Figur die Spektren von Al und Pt in anderen Ordinatenmaßstäben dargestellt, die aus der Zeichnung ersichtlich sind. Die Figg. 5 und 6 enthalten die Spektren von Ag und Pt bei veränderter Entladungsspannung zwischen 7000 und 12000 Volt.

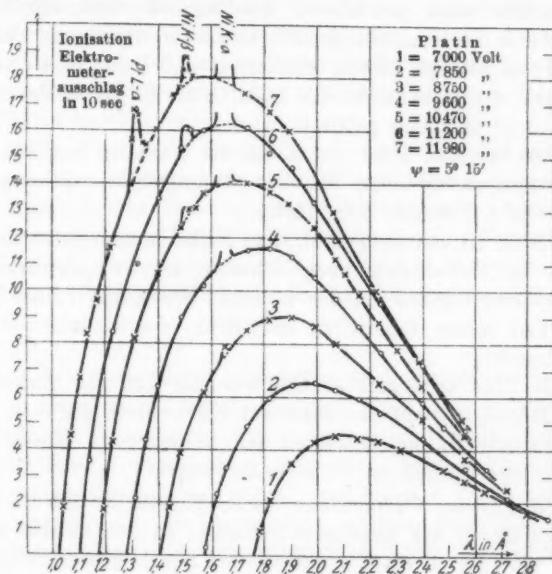


Fig. 6.

Sämtliche dargestellten Kurven sind auf gleiche reine Elektronenstromstärke (bestimmt durch den Thermostrom) bezogen. Es sind ferner Änderungen der vorstehend genannten Art (Spaltweite usw.), die eine Serie von je 4 Spektren verschiedener Metalle betreffen, bereits berücksichtigt.

Die eingetragenen Beobachtungspunkte sind zusammengefaßte Mittelwerte; zusammengefaßt sowohl aus mehreren Ablesungen am gleichen Versuchstage, wie aus Versuchsreihen verschiedener Tage.¹⁾ Die kurzwellige Grenze des Spektrums ist durch die Beobachtungspunkte auf etwa 1—2 Proz. genau

1) Die Art dieser Zusammenfassung ist z. B. aus dem Vergleich des Ag-Spektrums Fig. 3 mit dem der Fig. 2 zu ersehen.

festgelegt und entspricht in allen Fällen der nach dem Duane-Huntschen Gesetz zu erwartenden.

Es wurde bereits erwähnt, daß in sämtlichen Metallen Spektrallinien von *Verunreinigungen* auftreten. Die *K*-Serie des Eisens ist, mit Ausnahme von Pt, überall beobachtet; aus der Linienstärke kann geschlossen werden, daß diese, möglicherweise durch die Bearbeitung auftretende Verunreinigung weniger als 1 Proz. beträgt. Etwas stärker, 1—1,5 Proz., ist sie in Al; aber man übersieht leicht, daß dadurch die Intensität des Spektrums nicht merklich gefälscht wird.

Man bemerkt ferner im Eisen die *K*-Linien von Mn und Cr, letztere so schwach, daß der Chromgehalt nur etwa von der Größe 1 Promille sein dürfte.

Kobalt ist mit einigen Prozent Nickel verunreinigt; ferner treten die Nickellinien auch schwach im Pt-Spektrum auf. Platin selbst beginnt bei der höchsten Spannung (12000 Volt) einen Teil seiner *L*-Serie zu emittieren; *La* ist in der Figur zu erkennen.

Bei Zinn tritt geringe Cu-Strahlung auf, die darauf zurückzuführen ist, daß das Zinn auf Kupferblech gegossen war und gestreute Kathodenstrahlen den freiliegenden Kupferrand trafen. Der Einfluß ist zu vernachlässigen.

Die starken *K*-Linien der reinen Metalle Fe bis Cu sind in den Figuren nur angedeutet. Relativ zu den übrigen Meßwerten sind sie so stark¹⁾, daß sie bei gleich großer Empfindlichkeit des Elektrometers überhaupt nur bei starker Filterung gemessen werden können.

Irgendwelche Gesetzmäßigkeiten sind aus diesen unkorrigierten Messungen nicht abzuleiten, besonders wegen der starken Entstellung durch die Absorption in der Antikathode selbst. Es wird sich zeigen, daß nur hierdurch die falsche Reihenfolge Sn(50) — Ag(47) hervorgerufen ist. Insbesondere ist in diesem Zusammenhang das Augenmerk zu richten auf die erhebliche Schwächung des Spektren von Fe bis Cu im Gebiet der Wellenlängen, die kleiner sind als die Wellenlänge λ_A der *K*-Absorptionskante.

1) Die Fe-*Ka*-Linie gibt bei 10470 Volt etwa 120 Skalenteile in 10 sec!

Man hat diese Erscheinung, die auch z. B. in Spektren von Webster¹⁾ auftritt, als Beeinflussung des kontinuierlichen Spektrums durch die Linienemission zu deuten versucht. Ledoux-Lebard und Dauvillier²⁾ haben angenommen, daß überhaupt die ganze Energie der Spektrallinien diesem Teil des Kontinuums entzogen sei. Wagner³⁾ hat demgegenüber darauf hingewiesen, daß der Effekt auch durch die selektiv verstärkte Absorption gerade dieser Wellenlängen in der Antikathode hervorgerufen sein kann, eine Ansicht, die im folgenden annähernd bestätigt wird.

Auch Webster⁴⁾ kommt zu der gleichen Folgerung in einer leider äußerst kurzen Mitteilung über Isochromatenmessungen, die ebenfalls in diesem Wellenlängengebiet besondere Schwächung zeigen, wenn unter sehr streifendem Winkel gegen die Antikathode beobachtet wird. Webster beabsichtigt, die Stärke der Absorption zu messen, anscheinend nach der auch von mir angewandten Methode.

3. Die Messung der Absorption in der Antikathode.

a) *Allgemeines.* Der Betrag der Absorption in der Antikathode wird einerseits gegeben durch die *Rauigkeiten der Oberfläche*, d. h. vorgelagerte Schichten, welche die Röntgenstrahlen zu durchsetzen haben, andererseits durch die *Eindringungstiefe der Kathodenstrahlen*, welche bewirkt, daß die Röntgenstrahlen im Mittel in gewisser Tiefe unter der Oberfläche entstehen. Diese ist bei den kleinen Strahlgeschwindigkeiten dieser Arbeit sehr gering und von der Größenordnung 10^{-5} bis 10^{-6} cm. Demgegenüber sind die Unebenheiten selbst einer optisch gut polierten Fläche beträchtlich; die beobachtete Intensität kann also schon durch die zufällig erreichte Güte der Politur bedingt sein. Der Einfluß dieser Absorption nimmt mit steigender Ordnungszahl beträchtlich zu, denn der Absorptionskoeffizient für Röntgenstrahlen wächst, auf die Dichteneinheit bezogen, etwa mit Z^3 ; der für Kathoden-

1) D. L. Webster, Phys. Rev. 7. 599. 1916.

2) R. Ledoux-Lebard und A. Dauvillier, Compt. rend. 163. S. 754. 1916.

3) E. Wagner, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. 16. S. 190. 1920.

4) D. L. Webster, Phys. Rev. 18. S. 321. 1921.

strahlen hingegen, welchem die Eindringungstiefe in die Antikathode umgekehrt proportional ist, ist angenähert der Dichte selbst proportional. Nehmen wir hinzu, daß, am gleichen Metall, mit zunehmender Kathodenstrahlgeschwindigkeit auch die Eindringungstiefe wächst, wodurch die Spannungsabhängigkeit der Röntgenstrahlintensität entstellt werden muß, so ergibt sich deutlich die Notwendigkeit einer möglichst exakten Messung der Absorptionsgröße.

Wenn die Beobachtungsrichtung für die Röntgenstrahlen stets rechtwinklig zum Kathodenstrahl bleibt, ändert sich die für die Absorption maßgebende Schichtdicke mit dem Winkel ψ , den die Antikathodenoberfläche mit der Röntgenstrahlrichtung einschließt. Zugleich muß sich also die außerhalb beobachtbare Röntgenintensität ändern und es entsteht die Frage, ob es möglich ist, aus dieser Änderung auf die wahre, absorptionsfreie Intensität zu schließen.

Die Wirkung aller hier maßgebenden Faktoren ist im einzelnen kaum zu übersehen, und es muß deshalb der Versuch gemacht werden, ob sehr vereinfachende Annahmen zu einer praktisch brauchbaren Darstellung führen.

So soll also angenommen werden, daß die Schicht, welche der Röntgenstrahl im Innern des Antikathodenmaterials zu durchlaufen hat, aus zwei Teilen zusammengesetzt sei, und zwar:

1. einer Schicht von der Dicke d , die dem mittleren Betrag der Rauigkeiten entspricht und die nur für die austretenden Röntgenstrahlen, nicht für die eintretenden Kathodenstrahlen absorbierend wirkt; und aus
2. einer Strecke s gleich der Entfernung vom Entstehungsort des Röntgenstrahles bis zur Oberfläche; der Entstehungsort ist festgelegt durch die Weglänge x des Kathodenstrahles vom Eintritt in die Antikathodenoberfläche an.

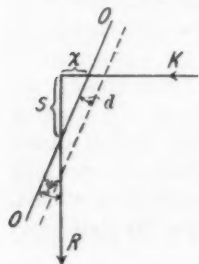


Fig. 7.

Unter „Oberfläche“ ist hierbei die nach Abzug der Rauigkeitsschicht d verbleibende zu verstehen (OO in Fig. 7).

Insgesamt hat also der Röntgenstrahl zu durchsetzen:

$$s + \frac{d}{\sin \psi} = \frac{1}{\sin \psi} (x \cdot \cos \psi + d).$$

Es soll dabei angenommen werden, daß jedes Schicht-differential dx der Antikathode die gleiche spektrale Intensitätsverteilung liefert, daß also die angegebene Absorptionsdicke unabhängig von der Wellenlänge gilt. Eine Annahme, die zwar keineswegs notwendige Voraussetzung für die folgenden Betrachtungen ist, die aber mit großer Sicherheit folgt aus unserer Kenntnis (nach der Zusammenstellung Lenards a. a. O.) über die Absorption des Kathodenstrahlelektrons, wonach diese von nahe der vollen Anfangsgeschwindigkeit an in einem einzigen Zusammenstoß erfolgt.¹⁾

Bezeichnen wir jetzt mit J_0 die Röntgenstrahlintensität im Innern der Antikathode, mit α, μ die Absorptionskoeffizienten für Kathodenstrahlen (der gegebenen Geschwindigkeit) bzw. Röntgenstrahlen der Wellenlänge λ , so ergibt sich für die bei einem Antikathodenwinkel ψ austretende Röntgenstrahlenintensität der Wellenlänge λ :

$$J_\psi = J_0 \cdot \alpha \int_0^\infty e^{-\alpha x} \cdot e^{-\frac{\mu}{\sin \psi} (x \cdot \cos \psi + d)} \cdot dx$$

$$= J_0 \cdot e^{-\frac{\mu d}{\sin \psi}} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \mu \operatorname{ctg} \psi}.$$

Bei der Messung kommen nur kleine Winkel ψ in Betracht, für die $\cos \psi = 1$ gesetzt werden kann. Die Formel lautet dann in logarithmischer Entwicklung:

$$(1) \quad \begin{cases} \lg J_0 - \lg J_\psi = \frac{\mu}{\sin \psi} \left\{ \left(d + \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{2} \frac{\mu}{\alpha^2 \sin \psi} + \dots \right\} \\ \quad \quad \quad = \frac{\mu}{\sin \psi} \left(d + \frac{1}{\alpha} \right). \end{cases}$$

Die letzte Abkürzung ist gestattet, einmal wenn $\frac{\mu}{\sin \psi} \ll \alpha$, andererseits wenn $\frac{1}{\alpha} \ll d$ ist (wenn also wesentlich nur die Rauigkeiten in Betracht kommen). Beides ist im allgemeinen erfüllt; die erste Bedingung sicher bei leichteren Elementen. Die Messungen zeigen nachträglich, daß überdies auch die

1) Das Gesetz für die Intensitätsverteilung der emittierten Strahlung muß also innerhalb des Atoms, welches stets die ganze Energie $e \cdot V_0$ erhält, und nicht in der Statistik der Zusammenstöße gesucht werden.

zweite Bedingung annähernd erfüllt ist. Es läßt sich aus ihnen in leicht ersichtlicher Weise der Wert $d + \frac{1}{\alpha}$ berechnen, und man findet, soweit α aus Kathodenstrahlmessungen bekannt ist, daß d im allgemeinen etwa 3—5mal so groß als $1/\alpha$ ist. Eine Ausnahme macht Pt, worauf später einzugehen ist.

Der Ausdruck (1) ist an der Erfahrung zu prüfen. Ergeben die Messungen, daß $\lg J_\psi$ linear gegen $1/\sin \psi$ verläuft, so sind damit zwar nicht die speziellen Annahmen — Teilung in d und $1/\alpha$ — bestätigt, aber es ist dann an Hand einer einfachen Formel die Möglichkeit zur Extrapolation auf J_0 gegeben. Eine willkürliche Auswahl aus den Messungsergebnissen ist nun in Fig. 8 dargestellt; die Linien sind dort übereinander gezeichnet, die Ordinaten geben also die absoluten Werte von $\lg J_\psi$ nicht richtig wieder. Die Tabelle am Rande gibt die Herkunft der Messung an; eine vollständige Zusammenstellung ist unten in den Tab. 1—3 gegeben.

Sämtliche Messungen sind sehr exakt durch eine gerade Linie darzustellen; vorkommende kleine Abweichungen erweisen sich als unregelmäßig und deuten nicht systematisch auf eine Krümmung hin. Die Beobachtungen beschränken sich allerdings auf einen kleinen Winkelbereich von ψ , aber gerade auf denjenigen, innerhalb dessen die Absorption überhaupt wesentlich wirksam ist. Die Brauchbarkeit des Ausdrucks (1) auch über diesen Winkelbereich hinaus, ist durch dieses Ergebnis gut gesichert.¹⁾

Die Extrapolation auf J_0 ist in einfacher Weise graphisch auszuführen; der Schnittpunkt der rückwärts verlängerten Geraden mit der Linie $1/\sin \psi = 1$ gibt direkt $\lg J_0$.²⁾ Der Faktor $\mu \left(d + \frac{1}{\alpha} \right)$ ist konstanter Proportionalitätsfaktor.

1) Die oben gemachten vereinfachenden Annahmen entsprechen natürlich nicht den wirklichen Verhältnissen. Stellt man sich die Antikathodenoberfläche etwa als ein feines Raster vor, so sieht man, daß eine reinliche Trennung in d und $1/\alpha$ nicht möglich ist. Vielmehr werden in tieferen Schichten entstehende Röntgenstrahlen auch größere „Rauhigkeiten“ zu durchsetzen haben. Über die Brauchbarkeit einer einfachen Formeldarstellung konnte also nur die Beobachtung entscheiden.

2) Ich habe die Extrapolation nach $1/\sin \psi$ gewählt, weil sich die hiermit proportionale Rauhigkeitswirkung als vorherrschend ergab. Bei Vorherrschen von $1/\alpha$ wäre sie — wie die Ableitung der Formel erkennen

b) *Die Durchführung der Messung.* Die Antikathode kann im Glasschliff leicht gedreht werden; der Winkel der Drehung (ψ) wird mit objektiver Abbildung eines Nernststiftes auf einer Skala abgelesen. Der Fehler beträgt hierbei höchstens ± 3 Bogenminuten.

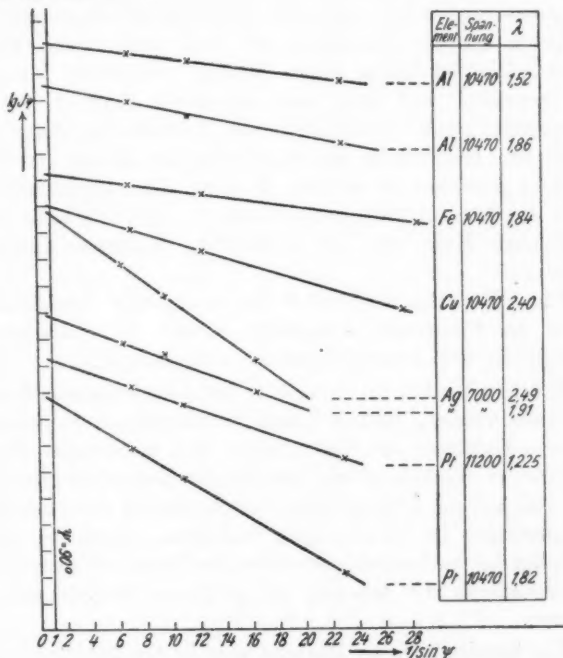


Fig. 8.

Die Einstellung der Antikathodenfläche auf den Winkel $\psi = 0$ erfolgt in folgender Weise:

Der Kristall wird entfernt, die Ionisationskammer in Fluchtstellung gesetzt. Die Ionisation wird gemessen bei schrittweise verkleinertem Winkel ψ . Die Intensität fällt erst langsam, dann schneller und fast linear mit ψ ab. Da die

läßt — nach $\text{ctg } \psi$ auszuführen, d. h. $\lg J_0$ als Schnitt mit der Ordinatenachse zu nehmen. Hierin liegt eine gewisse Willkür, aber man sieht, daß der Unterschied gering ist.

Primärstrahlung sehr stark ist, läßt sich diese Linie bis fast zu Null verfolgen. Von diesem Punkt aus wird dann der gewünschte Winkel ψ eingestellt.

Nachdem, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, das betreffende Spektrum gemessen ist, werden nun Kristall und Ionisationskammer auf eine feste Wellenlänge eingestellt und die Antikathode nacheinander auf drei verschiedene Winkel gesetzt. Die bei jedem dieser Winkel reflektierte Intensität wird gemessen, und zwar mit besonderer Sorgfalt, da hier naturgemäß große Genauigkeit der Einzelbeobachtung sehr wichtig ist. Gleichzeitig ist zu jedem ψ der Betrag der Streustrahlung gesondert zu messen, da diese der Gesamtstrahlung, welche den Kristall trifft, proportional ist, sich also nicht genau im gleichen Maße wie die speziell zu messende Intensität J_ψ ändert.

Diese Messung wird an 3 bis 5 ungefähr äquidistanten Stellen des Spektrums ausgeführt, womit die Wellenlängenabhängigkeit der Absorptionsstärke festgelegt ist.¹⁾

Größere Winkel als etwa $\psi = 10^\circ$ konnten deshalb nicht eingestellt werden, weil bei dem beschriebenen vierkantigen Antikathodenkörper die Seitenflächen sich nicht axial drehen. Bei größeren Winkeln würde deshalb der Kathodenstrahl nicht mehr voll auf die Fläche treffen; auch könnten dann merkliche Veränderungen im Strahlengang auftreten. Auch bei genau zentrierter Antikathodenfläche würde die elliptische Verbreiterung des Brennflecks die Messung bei größeren Winkeln sehr erschweren.

Die Resultate dieser Messung sind in den Tabellen 1 bis 3 zusammengestellt. Die Tabellen enthalten den größten Teil des vorhandenen Beobachtungsmaterials; nur einige wieder-

1) Sie kann also ganz beliebig sein; aber es ergibt sich, daß die Absorption, wie gewöhnlich, etwa mit $\lambda^{2.5}$ wächst. Dies bedeutet, daß, in Bestätigung der Annahme S. 569, die Absorptionsdicke $d + \frac{1}{\alpha}$ unabhängig von der Wellenlänge ist für gleiches Metall und gleiche Spannung (sie nimmt zu mit wachsender Spannung). Wegen des überwiegenden Einflusses von d ist aber diese Folgerung nicht so sicher, daß sie als bündiger Beweis betrachtet werden könnte; auf zahlenmäßige Belege kann deshalb hier verzichtet werden.

Tabelle 1.

Absorption in der Antikathode; Spannung konstant = 10470 Volt.

Element	Wellenlänge λ	J_ψ in Skalenteilen pro 20 sec			J_0 extrapoliert
Al		$\psi = 2^\circ 30'$	$\psi = 5^\circ 0'$	$\psi = 8^\circ 15'$	
	1,52	3,86	4,20	4,35	4,55
	1,61	4,15	4,65	4,85	5,10
	1,86	4,65	5,25	5,60	5,90
Fe	2,355	2,72	3,66	4,00	4,67
		$\psi = 2^\circ 0'$	$\psi = 4^\circ 45'$	$\psi = 8^\circ 20'$	
	1,395	4,45	5,75	6,45	7,2
	1,62	5,20	7,70	9,05	10,05
Co	1,84	10,4	11,8	12,35	12,85
	2,40	5,7	7,6	8,5	9,0
		$\psi = 2^\circ 25'$	$\psi = 4^\circ 55'$	$\psi = 8^\circ 10'$	
	1,275	3,30	3,90	3,90	4,4
Ni	1,695	10,9	11,5	12,3	12,55
	2,12	9,0	10,85	11,4	12,7
		$\psi = 2^\circ 5'$	$\psi = 5^\circ 5'$	$\psi = 8^\circ 30'$	
	1,41	4,65	6,20	6,90	7,7
Cu	1,86	10,6	12,7	13,1	13,8
	2,44	5,75	7,6	8,4	9,2
		$\psi = 2^\circ 40'$	$\psi = 5^\circ 0'$	$\psi = 8^\circ 0'$	
	a { 1,695	10,3	11,7	12,7	13,8
Sn	a { 2,03	9,8	11,5	12,6	14,0
	a { 2,36	6,95	8,6	9,3	10,6
		$\psi = 2^\circ 5'$	$\psi = 4^\circ 40'$	$\psi = 8^\circ 10'$	
	b { 1,66	11,8	12,5	13,0	13,35
Sn	b { 1,84	—	12,9	13,6	14,4
	b { 2,40	6,35	8,2	9,0	10,1
		$\psi = 2^\circ 50'$	$\psi = 5^\circ 0'$	$\psi = 8^\circ 20'$	
	1,43	9,15	12,6	14,6	17,7
Sn	1,685	11,15	15,9	19,45	24,5
	2,025	7,6	12,8	17,15	24,2
	2,27	4,65	8,9	11,7	20,0

holende und bestätigende Messungen sind ausgelassen, um die Tabellen nicht übermäßig anschwellen zu lassen. Für die Berechnung wurden natürlich auch diese herangezogen.

Die angegebenen Zahlen sind Elektrometerablesungen, korrigiert nur auf gleiche Empfindlichkeit des Elektrometers und auf konstante Stromstärke, sowie umgerechnet auf gleiche Beobachtungs(= Aufladungs)zeit; bei den schwachen Intensitäten wurden bei der Messung längere Zeiten, als die hier angegebenen

Tabelle 2.

Absorption in der Antikathode; Element: Silber.

Spannung (Volt)	Wellenlänge (Å)	J_ψ in Skalenteilen pro 15 sec			J_0 extrapoliert
		$\psi = 3^\circ 30'$	$\psi = 6^\circ 0'$	$\psi = 9^\circ 0'$	
11 980	1,24	10,5	11,8	12,2	13,2
	1,31	12,25	14,0	14,8	16,4
	1,50	14,1	17,0	18,5	20,5
	1,65	14,2	17,4	19,4	22,6
	1,99	9,9	13,9	16,1	21,3
10 470	1,42	9,2	10,3	10,85	11,9
	1,67	11,5	13,5	14,5	16,6
	1,745	10,85	13,7	14,7	17,3
	2,00	9,05	11,9	13,6	16,8
	2,165	6,7	9,55	11,5	15,4
8 750	1,575	5,75	6,15	6,5	7,0
	1,77	7,15	8,55	9,0	10,3
	2,00	7,25	8,7	9,75	11,5
	2,42	3,70	5,15	6,15	7,95
7 000	1,91	2,80	3,30	3,46	3,87
	2,16	3,45	4,25	4,60	5,35
	2,49	2,30	3,03	3,46	4,25

verwandt. Von den Beobachtungszahlen ist ferner der Betrag der Streustrahlung bereits in Abzug gebracht.

Einige dieser Versuchsreihen sind in der bereits besprochenen Fig. 8 graphisch dargestellt. Man entnimmt daraus die Extrapolationswerte J_0 ; für die anderen Reihen sind sie in gleicher Weise ermittelt und in der letzten Spalte der Tabellen angegeben.

Für Cu sind dort zwei Meßreihen verzeichnet, die mit verschieden gut polierter Oberfläche desselben Kupferbleches erhalten wurden. Es ergeben sich deutliche Differenzen bei kleinen Winkeln. Die Extrapolation führt auf die gleichen Werte.

c) Die korrigierten Spektren sind jetzt in einfacher Weise zu erhalten; sie sind in den Figg. 9—12 dargestellt.¹⁾ Die Umrechnung erfolgte ausgehend von der bei etwa $\psi = 5^\circ$ (die jeweiligen genauen Werte sind in den Figg. 3—6 angegeben) gemessenen Intensitätsverteilung, und zwar zweckmäßig nicht von den einzelnen Beobachtungspunkten, sondern von der durch diese festgelegten Kurve aus. Der Betrag für solche Wellenlängen, bei denen sie nicht direkt gemessen wurde, kann leicht graphisch oder rechnerisch ermittelt werden. Die in den

1) In Figg. 10, 11 und 12 durch die ausgezogenen Kurven.

Spektren auftretenden Spektrallinien sind in der jetzigen Darstellung fortgelassen und die Kurven durch die betreffenden Bereiche möglichst glatt hindurchgelegt.

Tabelle 3.

Absorption in der Antikathode; Element: Platin.

Spannung (Volt)	Wellenlänge (Å)	J_{ψ} in Skalenteilen pro 10 sec			J_0 extrapoliert
		$\psi = 2^{\circ}30'$	$\psi = 5^{\circ}15'$	$\psi = 8^{\circ}15'$	
11 980	1,13	7,2	8,35	8,7	9,35
	1,48	19,15	17,6	19,7	22,8
	2,06	7,27	12,95	15,8	21,0
11 200	1,225	6,65	8,4	9,1	10,25
	1,735	10,9	16,1	18,6	22,6
	2,24	5,6	9,5	11,7	15,7
10 470	1,395	8,05	10,65	11,3	12,7
	1,82	9,0	13,7	15,6	19,3
	2,235	5,25	8,8	10,6	14,0
9 600	1,485	7,3	8,95	9,85	11,0
	1,905	7,6	11,3	13,15	15,9
	2,32	4,1	6,75	8,5	11,0
8 750	1,57	5,0	6,15	6,6	7,3
	1,905	6,3	9,0	10,05	12,0
	2,40	3,37	5,15	6,5	8,35
7 850	1,735	3,33	4,85	5,40	6,5
	2,07	4,10	6,25	7,18	8,85
	2,56	1,96	3,32	4,10	5,05
7 000	1,99	3,20	4,30	4,60	5,30
	2,235	3,02	4,36	4,95	5,95
	2,64	1,42	2,45	2,82	3,65

In Fig. 9 ist, wie dort ersichtlich, der Ordinatenmaßstab für die Spektren von Ag, Sn und Pt gegenüber Fig. 3 weiter reduziert. Hier und im folgenden habe ich die anfängliche Bezeichnung der Maßstabsverhältnisse, als Elektrometerauschlag in t Sekunden, beibehalten; zusammengehörende Figuren sind damit direkt vergleichbar.

Eine Besprechung der Figg. 10 und 11 (Spannungsabhängigkeit) ist an dieser Stelle noch nicht möglich; die Spektren müssen erst bzgl. weiterer Absorptionen korrigiert werden (§ 4). Allgemein gibt aber schon ein Vergleich mit den Kurven der Figg. 5 und 6 ein anschauliches Bild von der

erheblichen Stärke der Absorption in der Antikathode. Besonders beachtenswert ist auch, daß sich jetzt die Reihenfolge Ag-Sn gegenüber Fig. 3 umkehrt. Die Tab. 1 ließ bereits erkennen, daß bei Zinn die Absorption besonders groß ist; dies

Spannung = 10 470 Volt

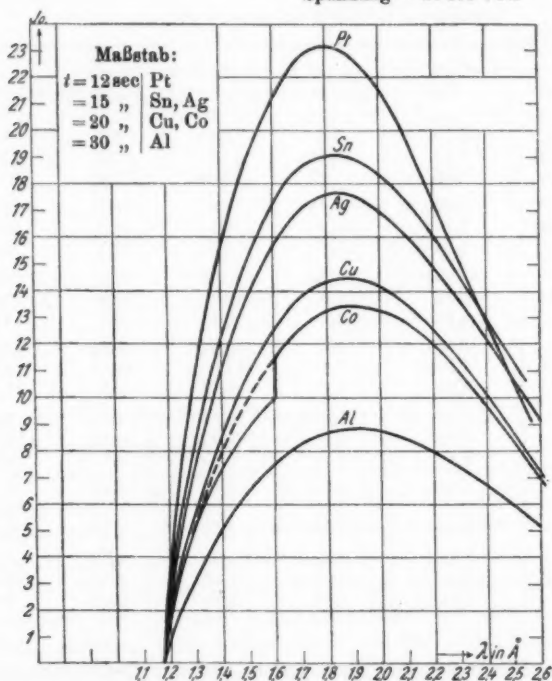


Fig. 9.

liegt daran, daß das weiche Material nicht zu gut polieren war. Auch hinsichtlich der starken Zunahme der Absorption mit Z sei auf obige Tabellen hingewiesen.

Die Abhängigkeit des Spektrums vom Antikathodenmaterial wird bereits durch Fig. 9 und Fig. 12 in vergleichbarer Weise wiedergegeben. Es zeigt sich dort, daß die Form des Spektrums nur wenig vom Material abhängt¹; das Intensitätsmaxi-

1) Nach Fig. 3 allein wäre dies durchaus nicht der Fall!

zum ist bei schwereren Elementen etwas nach kürzeren Wellen hin verschoben.

Der Betrag der Maximalintensität ist in der folgenden Tab. 4 angegeben; außerdem die Größen der von den Kurven

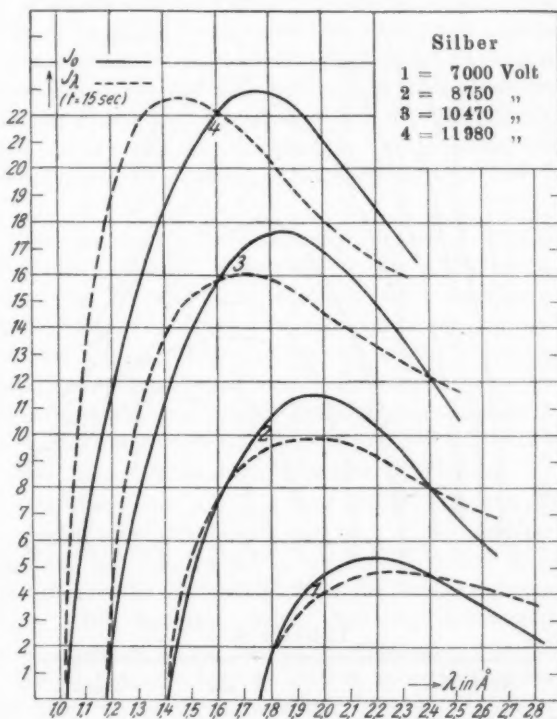


Fig. 10.

eingeschlossenen Flächen = $\int J_\lambda d\lambda$; die Integration ist von λ_0 nur bis $\lambda = 2,0 \text{ \AA}$ erstreckt, da der weitere Verlauf nach langen Wellen nicht überall gleichmäßig gut gesichert ist. Die Einheiten sind in der Tabelle so gewählt, daß die Intensität von Cu = 29 gesetzt wurde.

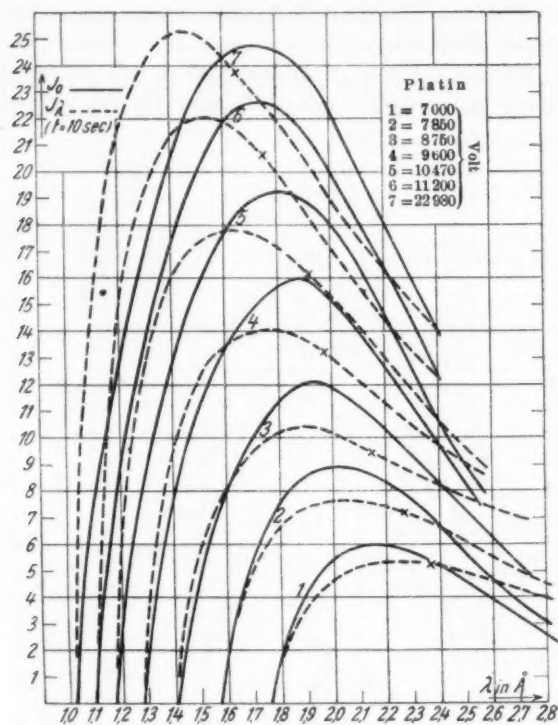


Fig. 11.

Tabelle 4.

Element	Z	J_{\max}	$J_{\text{Fläche}}$
Al	13	11,8	11,5
Fe	26	25,9	—
Co	27	27,1	—
Ni	28	28,0	—
Cu	29	29,0	29,0
Ag	47	47,5	48,2
Sn	50	51,2	52,8
Pt	78	77,5	80,5

Es ergibt sich also, sowohl für das Intensitätsmaximum, wie für die Gesamtintensität, gut angenäherte Proportionalität

mit der Ordnungszahl Z . Den Grund für das etwas schnellere Anwachsen der Intensität und für die Verschiebung der Wellenlänge λ_m des Intensitätsmaximums werden wir später erkennen.

Ulrey findet hingegen in seiner oben erwähnten Arbeit, daß einerseits die schweren Elemente nicht unerheblich schwächer strahlen als nach der hier gefundenen strengen Proportionalität mit Z zu erwarten wäre (z. B. bei Pt etwa 20 Proz. weniger gegen Ni), und daß andererseits eine schwache Periodizität im Sinne des periodischen Systems der Elemente vorhanden zu sein scheint. Letztere in der Richtung eines besonderen Anstiegs von Cr zu Ni, Mo zu Pd, und von W zu Pt.

Demgegenüber sei auf die möglicherweise nicht unerhebliche Fehlerquelle der Absorption in der Antikathode hingewiesen. Ihr Betrag hängt davon ab, unter welchem Winkel ψ beobachtet wurde; Angaben über die Größe dieses Winkels fehlen bei Ulrey, ebenso solche, ob er für jedes der sechs Metalle genau der gleiche war.¹⁾ Ich konnte zeigen, wie erheblich meine Resultate ohne Berücksichtigung dieser Absorption entstellt worden wären; wie weit es bei Ulrey tatsächlich der Fall war, entzieht sich leider der Beurteilung.

Die Messungen von J_{\max} sind bei Fe, Co und Ni durch die starken Spektrallinien erschwert. Sie ergeben einen Spielraum von etwa $\pm 0,4$ in obigen Einheiten; es ist also zunächst nur die Reihenfolge und die Größenordnung zu ermitteln. Die Spektren dieser Metalle, einschließlich Cu, wurden deshalb ferner bei einer Spannung von 7000 Volt, bei der auch die — hier weichste — K-Strahlung des Eisens noch nicht erregt wird, gemessen. Wegen der sehr geringen Intensität war aber eine größere Genauigkeit des Vergleiches nicht zu erzielen. Die Beobachtungswerte schwanken auch hier in dem angegebenen Spielraum; paarweise zusammengehörende Messungen ergaben z. B. folgende Werte für die Maximalintensität J_{\max} :

1) Zufällig periodische Verschiedenheiten in diesem Winkel könnten eine Periodizität der beobachteten Intensität vortäuschen!

Metall	Fe	Ni	Co	Cu	Fe	Cu
J_{\max} gemessen in Skalenteilen pro 1 Min.	9,0	9,7	10,9	11,6	9,1	10,2
Verhältnis	26,0 : 28,1		27,0 : 28,8		26,0 : 29,2	

Andere Messungen ergaben ähnliche Werte, mit unregelmäßigen Abweichungen von der strengen Proportionalität. Die Mittelwerte aller Messungen (bei 7000 und 10470 Volt) sind oben in Tabelle 4 notiert.

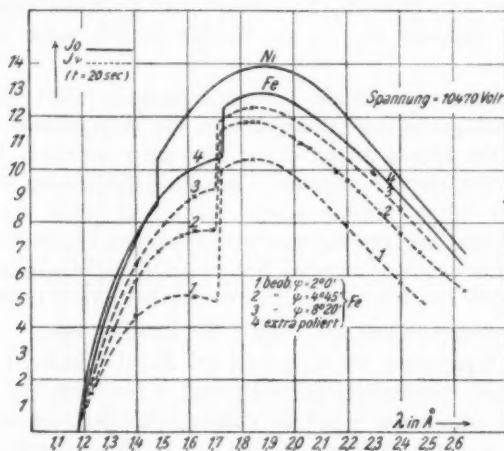


Fig. 12.

Die Kurven von Fe, Co und Ni sind im langwelligen Gebiet der Cu-Kurve vollkommen ähnlich; das Flächenintegral kann bei ihnen aber nicht ermittelt werden, weil im Gebiete $\lambda < \lambda_A$ sich auch jetzt noch der Einfluß der selektiven Absorption geltend macht. In Fig. 12 sind die Messungen am Eisen besonders eingetragen¹⁾ (nach Tab. 1); man bemerkt dort, daß durch Änderung des Winkels ψ von $2^\circ 0'$ auf $8^\circ 20'$ in diesem Wellenlängengebiet die Intensität fast auf den doppelten Betrag steigt, für eine benachbarte Wellenlänge $> \lambda_A$ dagegen

1) Dazu wieder, wie in Fig. 4, die Ni-Kurve.

um kaum 20 Proz.! Diese starke Änderung macht es sehr wahrscheinlich, daß der ganze Intensitätsabfall auf Rechnung der Absorption zu setzen ist, einschließlich des relativ sehr kleinen Restbetrages, der auch nach Ausführung der Korrektur noch übrig bleibt. Die unmittelbar benachbarte starke $K\beta$ -Linie erschwert nämlich hier die Messung erheblich, zumal die der sehr schwachen Intensität bei $\psi = 2^\circ$. Durch den Einfluß der Linie wird diese leicht zu groß gemessen, so daß die Extrapolation auf ein zu kleines J_0 führt. Man bemerkt auch, daß die Werte $\lg J_\psi$ (Tab. 1) für diese Wellenlängen sich nicht sonderlich gut einer geraden Linie einfügen; aber aus dem erwähnten Grunde ist es nicht möglich, genauere Zahlen zu erhalten.

Eine völlige, exakte Klärung dieser Frage ist also noch nicht möglich. Eine eingehende Würdigung der Resultate und aller Nebenumstände scheint mir aber die Schlußfolgerung zu erlauben, daß die Linienemission an der fraglichen Intensitätsverminderung *nicht* beteiligt ist.

Die genaue Untersuchung dieses Gebietes ist auf Eisen beschränkt; bei den übrigen drei Metallen sind andere oder bessere Resultate nicht zu erwarten. Die hierzu bei Co und Ni angestellten Messungen haben vorwiegend orientierenden Charakter, die Kurven sind nach Analogie der Eisenkurve ergänzt.

In Figg. 10 und 11 sind, um den direkten Vergleich zu ermöglichen, die Kurven der „wahren“ Intensitätsverteilung gestrichelt eingezeichnet, deren Ermittlung im folgenden besprochen werden soll.

4. Die Ermittlung der wahren Intensitätsverteilung.

a) Vier Dinge entstehen noch die bisher besprochenen Spektren:

1. Die Absorption im Aluminiumfenster des Rohres.
2. Die Wellenlängenabhängigkeit der Reflexionskraft des Kristalles.
3. Die Absorption in der vom Strahl durchsetzten freien Luftstrecke.
4. Die endliche Länge der Ionisationskammer.

Als fünftes wäre hier zu nennen die Wellenlängenabhängigkeit des Verhältnisses zwischen Ionisation und wahrer Energie, welche bisher unbekannt ist.¹⁾ Holthusen²⁾ hat versucht, sie indirekt aus bekannten Werten über die Ionisationswirkung von Kathodenstrahlen verschiedener Geschwindigkeit zu bestimmen, indem er voraussetzt, daß die Ionisationswirkung der Röntgenstrahlen nur durch die sekundär ausgelösten Kathodenstrahlen erfolge; eine Annahme, die er später gemeinsam mit Becker³⁾ bestätigt hat. Diese Ableitung ist ihrer Natur nach nicht genügend beweiskräftig, um als Unterlage zur Berechnung der wahren spektralen Energieverteilung zu dienen. Wir müssen uns darauf beschränken, allgemein die wahre Energie $E = f(\nu) \cdot J$ zu setzen und hervorzuheben, daß $f(\nu)$ eine universelle Funktion ist, die von keinerlei speziellen Versuchsbedingungen mehr abhängt.

Wir wollen im weiteren von dieser Funktion $f(\nu)$ absehen und verstehen unter der „wahren“ Intensität die durch Ionisation gemessene. Wir bezeichnen sie mit J_1 bzw. J_v , als spezifische Intensität in Wellenlängen- bzw. in Frequenzeinheiten.

1) (Zusatz Juli 1922.) Kürzlich hat B. Boos (Zeitschr. f. Phys. 10. S. 1. 1922) Messungen dieses Verhältnisses mitgeteilt; er findet, durch sukzessive Filterung der unzerlegten Gesamtstrahlung, daß relativ zur bolometrisch gemessenen Energie die langwellige Strahlung wesentlich stärker ionisiere als kurzwellige (was dem Sinne nach entgegengesetzt ist der Abhängigkeit, die nach dem oben folgenden zu erwarten wäre). Die Ionisation, in luftgefüllter Kammer, wird proportional der in dieser absorbierten Strahlintensität gesetzt, wobei Boos ausdrücklich mit der Gesamtschwächung rechnet. Dies ist nun insofern nicht richtig, als die gestreuten Röntgenstrahlen ihrerseits nur zu einem sehr geringen Prozentsatz absorbiert werden, die Ionisation aber nur dem wirklich absorbierten Bruchteil proportional gesetzt werden darf. Soweit die Verhältnisse zu übersehen sind, bewirkt eine diesbezügliche Korrektur eine sehr beträchtliche Verminderung der Wellenlängenabhängigkeit, denn bei den kurzen Wellen, mit denen Boos arbeitet, ist die Streuung etwa von gleicher Größenordnung wie die reine Absorption.

Zur exakten Klärung dieser schwierigen Frage erscheint also die Arbeit vorerst nicht geeignet.

2) H. Holthusen, Fortschr. a. d. Geb. d. Röntgenstr. 26. S. 211. 1919.

3) A. Becker u. H. Holthusen, Ann. d. Phys. 64. S. 625, 1920. Man vgl. dazu auch W. H. Bragg u. H. L. Porter, Proc. Roy. Soc. A 85. S. 349. 1911.

Die genannten anderen vier entstellenden Einflüsse können genau ermittelt werden.

1. Nach Abschluß der Versuche wurde das Aluminiumfenster vom Rohr entfernt und seine Absorption in Abhängigkeit von der Wellenlänge direkt gemessen an der gleichen Stelle, die vorher von den Strahlen durchsetzt wurde. Eine Dickenmessung ist damit überflüssig. Die erhaltenen Werte sind darstellbar durch: $\mu_{AL} \cdot d_{AL} = 0,0423 \cdot \lambda^{2.87}$. Die Aluminiumfolie, welche die Ionisationskammer an der Eintrittsseite verschließt, ist etwa 0,0005 mm dick; dementsprechend habe ich den Betrag der Aluminiumabsorption erhöht und der Rechnung den zusammenfassenden Wert $\mu_{AL} \cdot d_{AL} = 0,0440 \cdot \lambda^{2.87}$ zugrunde gelegt.

2. Der Reflexionskoeffizient von Kalkspat = R ist von E. Wagner und Verfasser (a. a. O.) gemessen worden, und zwar am gleichen Kristallexemplar und im gleichen Wellenlängenbereich. Es hat sich ergeben, daß R für die 1. Ordnung der Reflexion an der (100)-Ebene sehr gut darstellbar ist durch die Formel:

$$R = \text{const.} \cdot \frac{\lambda(1 + \cos^2 2\varphi)}{\sin 2\varphi}.$$

Die Formel gilt für monochromatische Strahlung; bei Reflexion kontinuierlicher Strahlung tritt, wie in der genannten Arbeit näher begründet wird, ein Faktor $\cos \varphi$ hinzu, welcher der Änderung der Dispersion mit dem Glanzwinkel φ Rechnung trägt.¹⁾

R hat bei Kalkspat nur eine sehr geringe Wellenlängenabhängigkeit. Die angegebene Formel kann deshalb auch unbedenklich auf Wellenlängen angewandt werden, die etwas außerhalb desjenigen Bereiches liegen, in dem der Reflexionskoeffizient gemessen wurde. Nach der kurzwelligen Seite hin ergab sich zudem a. a. O. guter Anschluß an Messungen von Davis und Stempel.

1) Streng genommen müßte der Faktor $\cos \varphi$ schon eingeführt werden, wenn man das nach Winkeln gemessene Spektrum mit Wellenlängen als Abszissen zeichnet. Es erschien aber zweckmäßig, erst hier zusammenhängend die Reflexionseinflüsse zu berücksichtigen und bisher nur die Meßwerte zu geben.

3. u. 4. Diese beiden Punkte können gemeinsam betrachtet werden, da hierfür nur die Kenntnis des Absorptionskoeffizienten von Luft erforderlich ist. In der verhältnismäßig kurzen Ionisationskammer werden die Röntgenstrahlen nicht vollständig absorbiert; die gemessene Ionisation ist jedenfalls proportional der auf ihre Länge absorbierten Strahlung. Der Intensitätsverlust durch Zerstreuung ist so gering, daß wir ihn gegenüber der wahren Absorption vernachlässigen können. Letztere beträgt für eine mittlere Wellenlänge etwa 30 Proz. der einfallenden Strahlung, der Verlust durch Zerstreuung gegen 0,4 Proz., unabhängig von der Wellenlänge. Sekundärstrahlung von den Kammerwänden ist in meßbarem Betrage nicht vorhanden.

Den Absorptionskoeffizienten von Luft habe ich Messungen von Barkla und Collier¹⁾ entnommen. Dieselben sind nicht mit spektral zerlegter Strahlung, sondern unter Benutzung der nahe homogenen Sekundär-(K)-Strahlung der Elemente Fe bis Ag ausgeführt. Owen²⁾ hat ungefähr gleichzeitig ähnliche Messungen angestellt.

Siegbahn³⁾ hat hieraus unter Benutzung der ersten, noch ungenauen Wellenlängenmessungen von Moseley das bekannte Gesetz $\mu = A \cdot \lambda^{2.8}$ abgeleitet. Ich habe nach den heutigen, besser bekannten Wellenlängenwerten A neu berechnet, unter der Annahme, daß das Intensitätsverhältnis der K-Linien etwa durch $(\alpha + \alpha') : (\beta + \gamma) = 5 : 1$ gegeben ist. Man erhält so für den Absorptionskoeffizienten von Luft den Wert: $\frac{\mu}{\rho} = 2,7 \cdot \lambda^{2.8}$ (ρ = Dichte der Luft).

In der Hauptsache habe ich die von Barkla und Collier angegeben, offenbar recht zuverlässigen Werte benutzt und die von Owen, soweit es nötig war, zur Verbesserung der logarithmischen Geraden herangezogen.

Setzen wir für eine Temperatur von 18 C und einen mittleren Barometerstand von 720 mm (München) die Dichte der Luft $\rho = 0,00115$, so folgt $\mu_L = 0,0031 \cdot \lambda^{2.8}$.

Kleine Änderungen von ρ — ebenso eine Unsicherheit im

1) C. G. Barka u. V. Collier, Phil. Mag. 23. S. 987. 1912.

2) E. A. Owen, Proc. Roy. Soc. A 86. S. 426. 1912.

3) M. Siegbahn, Phys. Zeitschr. 15. S. 758. 1914.

Zahlenwert von μ/ρ — sind von geringem Einfluß. Die äußere Luftstrecke ist bei der benutzten Apparatur ungefähr gleich der Länge der Ionisationskammer, wodurch erhebliche Schwankungen in μ_L weitgehend kompensiert werden. Bei kurzen Wellen ist der Ausgleich nicht so gut, aber es läßt sich zeigen, daß die normalerweise vorkommenden Druck- und Temperaturschwankungen keinen merklichen Einfluß auf die gemessene Form des Spektrums haben. Sie brauchten deshalb nicht berücksichtigt zu werden.

b) Die Ausführung dieser Korrektur führt auf eine Intensitätsverteilung, die in Figg. 10 und 11 (gestrichelte Kurven) für die Ag- und Pt-Spektren dargestellt ist.¹⁾ Es mag daran auffallen, daß, trotz Absorptionskorrektur, der Schwerpunkt der Spektren nach dem kurzwelligen Ende verschoben ist. Dies beruht darauf, daß von den kurzen Wellen ein geringerer Bruchteil in der Ionisationskammer absorbiert wird als von den langen.

Die Spektren von Ag bzw. Pt sind jetzt untereinander annähernd ähnlich; jedoch bemerkt man, daß mit wachsendem Potential die Wellenlänge der Maximalintensität λ_m relativ näher an die Grenzwellenlänge λ_0 heranrückt. Die Verschiebung ist gering; das Gesetz ist unten (§ 5 b) angegeben.

5. Das Gesetz der spektralen Intensitätsverteilung.

Es erweist sich als zweckmäßig, die Spektren umzuzeichnen mit der Frequenz $\nu = c/\lambda$ als Abszisse. Als Ordinate ist dann die spezifische Intensität in ν , J_ν , aufzutragen; sie ist, da

$$J_\nu d\nu = J_\lambda d\lambda$$

und

$$d\nu = \frac{1}{c} \cdot \nu^2 d\lambda,$$

gegeben als

$$J_\nu = \frac{c}{\nu^2} J_\lambda.$$

Die neue Darstellung ergibt ein überraschend einfaches Bild: die Spektren bestehen im größten Teil ihres Verlaufes aus einer geraden Linie; Figg. 13, 15 und 16.

Die Intensitätsverteilung, wie sie sich durch die schrittweise Umrechnung der Beobachtungskurven schließlich ergibt,

1) Für die Spektren der übrigen Metalle würde die entsprechende Darstellung hier nichts neues ergeben; vgl. dagegen folgenden Abschnitt.

ist in diesen Figuren durch die äquidistant eingetragenen Punkte dargestellt. Man erkennt so, daß sie im allgemeinen ausgezeichnet mit der hindurchgelegten geraden Linie zusammenfällt.

Abszisseneinheit ist 10^{18} sec^{-1} ; bzgl. der Ordinatenmaßstäbe vgl. § 3, c; (eine allgemeine Konstante ist bei der letzten Umrechnung von passender Größe gewählt).

a) *Das Spektrum in Abhängigkeit vom Antikathodenmaterial bei konstantem Potential.*

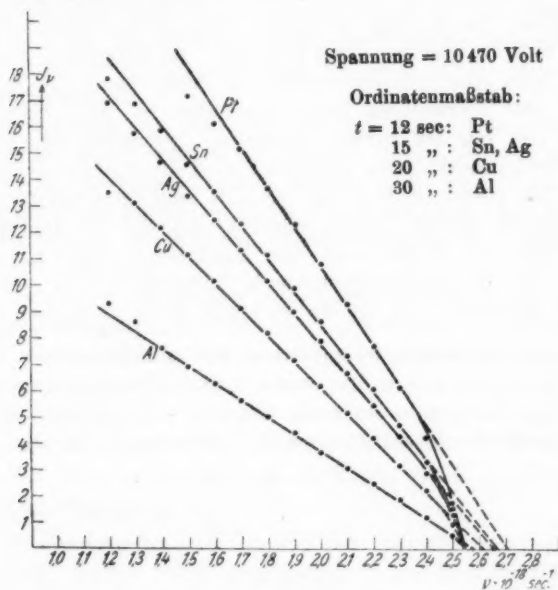


Fig. 13.

Der geradlinige Verlauf der Spektren erscheint gut gesichert. Bei Fe, Co und Ni ist er nicht genau festzustellen, weil der wichtigste Teil im Gebiet $\nu > \nu_A$ liegt. Die Spektren dieser drei Metalle sind deshalb in Fig. 13 nicht eingetragen; es wurde oben schon festgestellt, daß sie im nicht gefälschten Teile dem Cu-Spektrum ähnlich sind, so daß sie sich hier dem Gesamtbilde richtig einfügen würden.

An den geraden Linien fällt besonders auf, daß sie, rückwärts verlängert, sämtlich die Abszissenachse nicht im Punkt der quantenmäßigen Grenzfrequenz ν_0 , sondern bei einem $\nu' > \nu_0$ schneiden. Ein steilerer Abfall im letzten Kurventeil sorgt dafür, daß das richtige ν_0 erreicht wird.

Diese Erscheinung erinnert unmittelbar an den „Knick“ den Wagner¹⁾ bei Isochromaten gefunden hat. Diese zeigten bei einer etwa 400 Volt über der Anregungsspannung der eingestellten Wellenlänge liegenden Spannung eine deutliche Knickung im Sinne eines verminderten Gradienten. Ob es sich bei den hier vorliegenden Spektren ebenfalls um einen plötzlichen Knick oder um eine langsame Krümmung handelt, ist nicht genau zu entscheiden. Im Gegensatz zur Isochromatenmessung gibt die hier angewandte Methode — „Isothermen“ — den Anfang des Spektrums mit geringerer Schärfe der Einzelheiten. Erst die ν -Darstellung ließ die Existenz einer Diskontinuität deutlich hervortreten; im Anschluß an Wagner wollen wir sie weiter als „Knick“ bezeichnen.

Der Punkt des Spektrums, von dem ab es linear verläuft, ist nicht scharf zu bestimmen; wesentlich genauer ist der Schnittpunkt ν' gegeben. Als Maß für die Größe des auftretenden Knickes nehmen wir demnach zweckmäßig die Strecke $\nu' - \nu_0$.

Aus Fig. 13 ist zu entnehmen, daß $\nu' - \nu_0$ mit Z wächst. Dies Ergebnis schließt die Möglichkeit aus, daß apparatelle Umstände für das Auftreten des Knickes verantwortlich zu machen seien. Die Abhängigkeit vom Antikathodenmaterial besagt, daß er ursächlich mit den darin vorgehenden Prozessen zusammenhängen muß.

Analog einer von Wagner (a. a. O.) vorgeschlagenen Zusammensetzung der geknickten Isochromate aus zwei Teilen wollen wir das Spektrum in zwei Kurvenzweige zerlegen, wie dies in Fig. 14 a skizziert ist. Wir nehmen also an:

- ein Spektrum A, welches linear mit $\nu_0 - \nu$ ansteigt, und
- ein Spektrum B, welches über alle ν konstant ist.

Der geneigte oder flach gekrümmte Abfall gegen ν_0 ergibt

1) E. Wagner, Ann. d. Phys. 57. S. 401. 1918. Auch die Größe stimmt überein, wie man durch einfache Umrechnung in Volt aus Fig. 13 bestätigt.

sich aus der schematischen Figur, wenn man berücksichtigt, daß die Kathodenstrahlelektronen zum Teil im Augenblick ihrer Absorption eine etwas verringerte Geschwindigkeit haben. Dieser Fall ist in Fig. 14 b skizziert; die Knickgröße $\nu' - \nu$ erscheint durch die Geschwindigkeitsverluste verkleinert.¹⁾

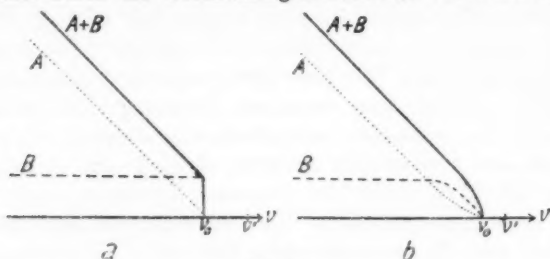


Fig. 14.

Ob der Teilung in die Spektren A und B, die wir hier vorgenommen haben, tatsächliche Verhältnisse entsprechen, d. h. ob das Atom über zwei verschiedene und verschiedenen Gesetzen gehorchende Emissionsmöglichkeiten verfügt, kann nicht entschieden werden. Die Zweiteilung sei deshalb hier nur als formale Vereinfachung der Darstellung betrachtet.

Die Hauptröntgenenergie liegt offenbar im allgemeinen in dem Spektrum A. Für dieses gilt:

Es wächst sowohl J , für jeden Wert von ν , als auch die Gesamtintensität

$$J = \int_0^{\nu_0} J_\nu d\nu \quad 2)$$

proportional mit der Ordnungszahl Z des emittierenden Atoms.

1) Es sei noch bemerkt, daß der Geschwindigkeitsverlust allein (etwa mit der Annahme, daß streng homogene Kathodenstrahlen nur das Spektrum A erzeugen würden) den Knick nicht verursachen kann; aus Fig. 14 b geht dies ohne weiteres hervor. Ebenso wenig kann eine Änderung der mittleren Geschwindigkeitsverluste mit Z die Zunahme von $\nu' - \nu_0$ bei höheren Elementen erklären. Nach Fig. 14 nimmt die beobachtbare Größe von $\nu' - \nu_0$ ab bei größeren Geschwindigkeitsverlusten; letztere aber sind bei schwereren Elementen wahrscheinlich größer, jedenfalls nicht kleiner als bei leichten Elementen (nach P. Lenard, a. a. O. I., C.).

2) Die Integration ist so ausgeführt, als ob das Spektrum weiter linear verlaufe bis zum Schnitt mit der Achse $\nu = 0$. Welche Gestalt es tatsächlich in diesem Zwischengebiet hat, läßt sich durchaus nicht angeben.

J_v und J sind durch den Winkel γ definiert, den die Linie ($\nu' - \nu$) mit der Abszissenachse einschließt. Die relativen Werte von $\tan \gamma$, wie sie sich aus den Messungen ergeben, sind in Tabelle 5 angegeben und bestätigen diesen Satz.

Da $\nu' - \nu_0$ mit Z zunimmt, so wächst das Spektrum B schneller mit Z als Spektrum A, annähernd mit der zweiten Potenz. Exakt ist dies nicht festzulegen, da, wie erwähnt, das beobachtbare $\nu' - \nu_0$ von der Größe des normalen Geschwindigkeitsverlustes der Kathodenstrahlen abhängt. Da aber hier nur eine, zunächst formale, Darstellung des Beobachteten gegeben werden soll, brauchen wir auf diese Einzelheiten nicht näher einzugehen, sondern halten uns direkt an die beobachtete Änderung von $\nu' - \nu_0$. Diese ist angenähert proportional Z .

Tabelle 5.

Element	Z	const $\tan \gamma$	$\nu' - \nu_0$
Al	13	12,5	0,03
Cu	29	29,0	0,07
Ag	47	45,7	0,11
Sn	50	49,1	0,12
Pt	78	73,8	0,16

In der Tabelle ist, wie früher, $\text{Cu} = 29$ gesetzt worden.

Die Abweichungen des $\tan \gamma$ von der strengen Proportionalität mit Z liegen innerhalb der Versuchsfehlergrenzen¹⁾, mit Ausnahme von $\text{Pt} = 73,8$. Ich halte es aber für wahrscheinlich, daß ein kleiner systematischer Fehler bei Ag, Sn und Pt insofern vorliegt, als bei diesen Elementen vielleicht an der Erwärmung der Antikathode, die als Maß des Elektronenstromes diente, eben merklich die Energie beteiligt ist, die den Geschwindigkeitsverlusten der — bei großen Z vielen — rückdiffundierten Elektronen entspricht. Dies würde dazu führen, daß die Röntgenstrahlausbeute relativ zu klein gemessen wird. Es darf demnach wohl mit großer Sicherheit angenommen werden, daß für das Spektrum A strenge Proportionalität mit Z tatsächlich besteht.

Auf das schnellere (etwa proportional Z^2) Anwachsen des Spektrum B ist es zurückzuführen, daß (Fig. 9 und Tab. 4)

¹⁾ Bei Berücksichtigung aller maßgebenden Faktoren dürften diese etwa ± 2 bis 2,5 Proz. betragen.

die Gesamtintensität von Spektrum A + B ebenfalls einen etwas stärkeren Anstieg zeigt.

b) *Das Spektrum in Abhängigkeit vom Potential.*

Im langwelligen Teil der Pt-Spektren besteht leider einige Unsicherheit in der Bestimmung der wahren Intensitätsverteilung. Diese tritt jetzt deutlich hervor als ein Abbiegen (punktierter Kurventeil) von der eingezeichneten geraden Linie, welche wir nach dem vorhergehenden erwarten sollten. Der Sinn dieser Abweichung deutet schon darauf hin, daß die Ursache in nicht vollkommener Eliminierung der Absorption in der Antikathode zu suchen ist. Die diesbezüglichen Messungen etwa zu verbessern, war mir trotz mehrfacher, sorgfältigster Wiederholung der Beobachtungen nicht möglich; es muß vielmehr wohl angenommen werden, daß die einfache logarithmische Extrapolation hier nicht statthaft ist. In der Tat sind die Voraussetzungen, die zur Formel (1) auf S 569 führten, bei Pt nicht mehr vollständig erfüllt. Im langwelligen Gebiet erreicht $\mu/\sin \psi$ fast den Wert von α ; die Extrapolation wäre, unter Berücksichtigung höherer Potenzen, nicht mehr linear auszuführen. Die Form der entsprechenden Kurve kann aber nicht angegeben werden. In dem der Messung zugänglichen ψ -Bereich besteht, wie Fig. 8 zeigt, noch volle Linearität von $\lg J_\psi$ gegen $1/\sin \psi$, so daß jede andersartige Extrapolation willkürlich ausfallen müßte.

Verständlich werden diese Schwierigkeiten durch nähere Betrachtung der Zahlen in Tab. 3 auf S. 575. Bei kleinem ψ geht die Intensität der langen Wellen auf den dritten Teil des ermittelten J_0 herunter; demgegenüber sind die Abweichungen vom zu erwartenden Verlauf, wie sie uns in Fig. 15 entgegen-treten, sehr klein.

Schließlich weist die durchaus nicht einheitliche Art, wie die Kurven von der Geraden abbiegen, noch besonders darauf hin, daß wir es hier in der Tat mit besonderen Fehlerquellen und nicht etwa tatsächlich mit einer Intensitätsverteilung zu tun haben, deren Gestalt von der der übrigen Metalle abweicht.

Es erscheint somit gerechtfertigt, die Betrachtung der Pt-Spektren auf den kurzwelligen Teil zu beschränken und hier nach einem linearen Stück zu suchen. Geht man von dieser,

zunächst aus der Analogie zu den Spektren der anderen Elemente geschlossen, Forderung aus, so läßt sich ein solches auch deutlich erkennen und seine Lage sicher angeben. Wieweit das lineare Stück, also nach unserer Auffassung das nicht gefälschte, in der λ -Darstellung reicht, ist in Fig. 11 durch eingezeichnete Kreuze angemerkt. Der „Knick“ tritt bei allen Spannungen mit Deutlichkeit hervor.

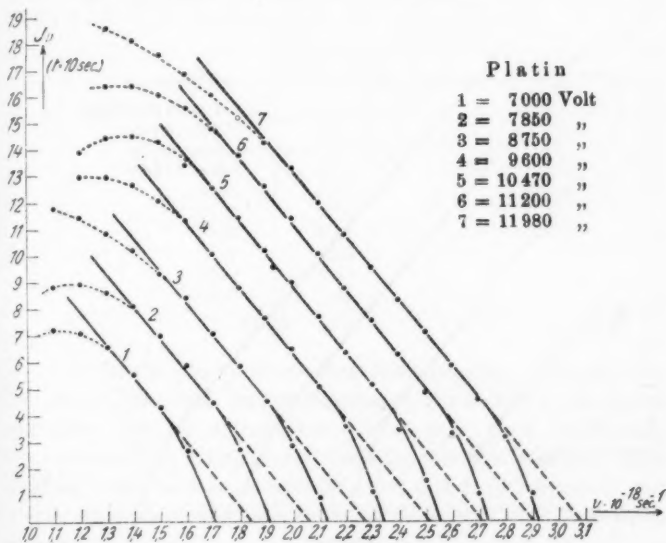


Fig. 15.

Diese Interpretation erhält eine gute Stütze in den Ag-Spektren; der lineare Anstieg ist hier bei den höheren Spannungen vollkommen erfüllt, bis zu den längsten Wellen, die gemessen wurden.

Beide Meßreihen ergeben das Resultat, daß die geraden Linien, welche die Spektren bei verschiedenen Spannungen darstellen, sämtlich einander parallel verlaufen.

Eine Abweichung von der geraden Linie tritt auch an Silber bei tiefen Potentialen, insbesondere am 7000 Volt-Spektrum auf. Hier nimmt der Knick bereits einen wesentlichen Teil des gut meßbaren Spektralbereiches ein; das sehr lang-

wellige Gebiet mag mit größeren Fehlern behaftet sein, so daß dazwischen ein lineares Stück nur mit einiger Willkür zu finden ist. Hauptsächlich aus dem Grunde, zunächst eine einfache Gesetzmäßigkeit hervortreten zu lassen, schien es mir ratsam, ein solches doch anzunehmen. Es sei aber hervorgehoben, daß auch ein sehr sorgfältig gemessenes 7000 Volt-Spektrum von Cu einen ganz ähnlichen Verlauf zeigte.

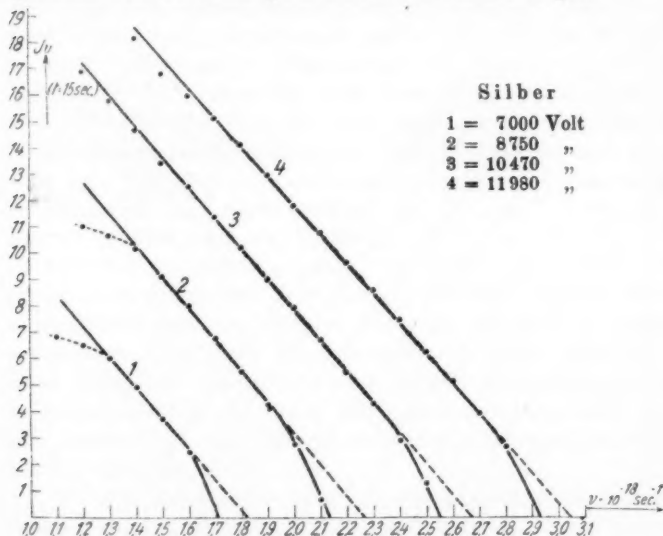


Fig. 16.

Fig. 15 und 16, sowie die Zusammenstellung in Tab. 6 lassen erkennen, daß $\nu' - \nu_0$ unabhängig von der Spannung ist; die Abweichungen vom Mittelwert liegen innerhalb der Grenzen der Genauigkeit, mit der es im allgemeinen bestimmt werden kann.

Es ergibt sich somit für die Spannungsabhängigkeit des Spektrums A: Es ist

$$J_\nu = \text{const.} \cdot (\nu_0 - \nu),$$

wobei die Konstante nur von Z , nicht von der Spannung abhängt; es ist ferner die Gesamtintensität $J_A = \int_0^{\nu_0} J_\nu d\nu = \text{const.} \cdot \nu_0^2$, d. h. sie wächst mit dem Quadrat der Spannung.

Spektrum B: Es ist

$$J_\nu = \text{const}$$

und die Gesamtintensität $J_B = \int_0^{\nu_0} J_\nu d\nu = \text{const} \cdot \nu_0$, d. h. sie wächst linear mit der Spannung.

Die Kathodenstrahlenergie wächst ebenfalls linear mit der Spannung, da die Messungen auf konstante Stromstärke bezogen sind.

Tabelle 6.

Spannung (Volt)	$\nu' - \nu_0$	
	Pt	Ag
11980	0,15	0,12
11200	0,17	—
10470	0,16	0,12
9600	0,17	—
8750	0,14	0,13
7850	0,15	—
7000	0,14	0,11
Mittel	0,15 ₆	0,12

Das Gesetz des quadratischen Wachsens mit der Spannung hat auch Ulrey aus seinen Messungen abgeleitet; nach diesen war aber nicht zu entscheiden, ob es auch nach Ausführung der notwendigen Korrekturen bestehen bleiben würde.¹⁾ Hier dagegen folgt es voraussetzungslos aus den Beobachtungen, zugleich tritt in einfacher Form seine eigentliche Bedeutung zutage.

c) Die Ergebnisse von a) und b) können wir zusammenfassen in die Formel:

$$(2) \quad J_\nu = C \cdot \{Z(\nu_0 - \nu) + Z^2 \cdot b\}.$$

J_ν ist, wie nochmals betont sei, die durch Ionisation gemessene Intensität; C und b sind Konstante, unabhängig von der Ordnungszahl und von der Spannung; die Größe von b kann den Messungen annähernd entnommen werden und ergibt sich zu

1) Nach H. Behnken (a. a. O.) ist dies — mit den eingangs erwähnten Korrekturen — der Fall. Behnken findet, dem obigen äußerlich ähnlich, ebenfalls parallele gerade Linien für die Spektren, aber mit J_A statt J_ν als Ordinate bei Abszisse ν !

etwa¹⁾ $b = 0,0025$. Dieser Wert entspricht der Darstellung nach Gleichung (2), welche keine Rücksicht nimmt auf die feineren Einzelheiten, die durch die kleinen Geschwindigkeitsverluste der Kathodenstrahlen bedingt werden. Würden wir letztere berücksichtigen, so müßte b einen etwas größeren Wert erhalten, wie man leicht aus den schematischen Zeichnungen der Fig. 14 ableitet. Der angegebene Zahlenwert entspricht, wie auch der Ausdruck (2), dem vereinfachten Fall, welcher in Fig. 14a dargestellt ist, und welcher die bei *vollkommen* homogener Kathodenstrahlungen zu erwartende Intensitätsverteilung angibt. Gleichung (2) gibt unmittelbar an der Grenze ν_0 die wahren Verhältnisse nicht ganz richtig wieder.

Schreibt man die obige Formel in λ um, so erhält man daraus durch einfache Differentiation die Wellenlänge der Maximalintensität zu

$$\lambda_m = \frac{3}{2} \frac{\lambda_0}{1 + b/c \cdot Z \lambda_0} \cdot 1)$$

Der letzte Ausdruck enthält die Verschiebung von λ_m nach kürzeren Wellenlängen mit wachsendem Z einerseits, die Zunahme von λ_m/λ_0 mit wachsender Spannung andererseits in Übereinstimmung mit der Beobachtung.²⁾ Mit wachsender Spannung bzw. mit abnehmendem Z nähert sich das Verhältnis λ_m/λ_0 dem konstanten Wert 1,5. So ergibt auch die Beobachtung z. B. für λ_m/λ_0 :

bei 10470 Volt an Pt: 1,39; an Al: 1,48

und an Pt bei 7000 Volt: 1,28; bei 11980 Volt: 1,41.

Ulrey hat (a. a. O.) aus seinen Messungen ein Gesetz abgeleitet, wonach λ_m/λ_0 proportional $V^{1/2}$ zunehmen solle. Es bedarf keiner näheren Erörterung, daß dieses wegen nicht berücksichtigter Absorptionseinflüsse nicht den wahren Verhältnissen entsprechen kann.

Allgemeine Bedeutung — wie etwa in der Wärmestrahlung — dürfte überhaupt dem Wert von λ_m nicht zukommen, wie schon aus dem Fortfallen eines Maximums in der Frequenzdarstellung erhellt. Wesentlich für das Röntgenspektrum ist

1) Einheit für ν (bzw. c/λ) ist wieder 10^{10} sec^{-1} !

2) Die Übereinstimmung ist selbstverständlich, da ja die Formel aus den Beobachtungen abgeleitet wurde.

vielmehr das Duane-Huntsche Gesetz der Minimumwellenlänge.

Zusammenfassung.

1. Es wird die Intensität und spektrale Verteilung der kontinuierlichen Röntgenstrahlung untersucht in Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z des Antikathodenmetalles und von der Spannung V der Kathodenstrahlen. Die Versuchsbedingungen sind: Gasentladungsrohr mit Al-Fenster zum Strahlaustritt und drehbarer, vierkantiger Antikathode, konstante Akkumulatorenspannung, Braggsches Spektrometer mit Kalkspalkristall, Intensitätsmessung durch Ionisation in luftgefüllter Kammer; die Kathodenstrahlenergie wird als die der Antikathode zugeführte Wärme mittels Thermoelement gemessen. Die Beobachtungsrichtung der Röntgenstrahlen ist stets senkrecht zum Kathodenstrahl.

2. Die Z -Abhängigkeit wird bestimmt für die acht Metalle: Al, Fe, Co, Ni, Cu, Ag, Sn, Pt bei $V = 10470$ Volt, die V -Abhängigkeit an Ag und Pt im Spannungsintervall von 7000 bis 12000 Volt. Insgesamt ist ein Wellenlängenbereich von $\lambda = 1,0$ bis $\lambda = 2,8 \text{ \AA}$ umfaßt. Die Spektren sind erheblich entstellt durch Einflüsse, welche ermittelt werden:

a) Durch Änderung des Winkels, den das beobachtete Röntgenstrahlbündel mit der Antikathodenoberfläche bildet (Drehung der Antikathode), wird der Betrag der Absorption bestimmt, welche die Röntgenstrahlen innerhalb der Antikathode erleiden.

b) Es wird ferner berücksichtigt: Absorption der Strahlen im Al-Fenster des Rohres und in der durchsetzten Luftstrecke, die Wellenlängenabhängigkeit der Reflexionskraft des Kristalls und die Länge der Ionisationskammer.

Es ergibt sich so die ungefälschte spektrale Intensitätsverteilung, wie sie durch die ionisierende Wirkung gemessen wird.

3. Letztere, gegen die Frequenz ν als Abszisse (Ordinate J_ν) aufgetragen, ergibt im wesentlichen einen linearen Anstieg von J_ν mit $\nu_0 - \nu$. Der Tangens des Neigungswinkels dieser Geraden ist proportional Z ; bei geänderter Spannung ($Z = \text{const}$) ergeben die Spektren einander parallele Gerade. In der Nähe der Grenzfrequenz tritt ein auffallender „Knick“ auf, dessen

Eigenschaften näher diskutiert werden. — Die Ergebnisse lassen sich in eine einfache empirische Formel zusammenfassen.

Die vorstehende Arbeit wurde auf Anregung des Herrn Prof. Dr. E. Wagner unternommen, der mich auch bei der Durchführung mit wertvollen Ratschlägen unterstützt hat. In liebenswürdiger Weise gestattete er mir die Benutzung seiner Apparatur, insbesondere die der Akkumulatorenatterie, welche ihm zu einem großen Teile von der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft zur Verfügung gestellt ist. Ich freue mich, Herrn Prof. Wagner an dieser Stelle herzlich danken zu können. Ich benutze ferner gern die Gelegenheit, dem Vorstand des Instituts, Herrn Geheimrat Prof. Dr. W. Wien, meinen wärmsten Dank auszusprechen für bereitwilligste Unterstützung mit den erforderlichen Hilfsmitteln und das fördernde Interesse, welches er meiner Arbeit stets entgegengebracht hat.

München, Physikal. Inst. der Universität, Mai 1922.

(Eingegangen 18. August 1922.)

3. *Beobachtungen über das Funkenpotential; von Hildegard Stücklen.*

§ 1. Nach Townsend¹⁾ entsteht der elektrische Funke zwischen zwei Elektroden verschiedenen Potentials dadurch, daß die negativen und positiven Elektrizitätsträger im elektrischen Feld soweit beschleunigt werden, daß sie Stoßionisation hervorrufen können, oder besser: die einzelnen Teilchen müssen durch Zertrümmerung neutraler Gasmoleküle so viele neue Elektrizitätsträger erzeugen, bis der Ionisationsstrom unendlich wird. Während diese Theorie im allgemeinen den Erscheinungen gerecht wird, sind in neuerer Zeit einige Beobachtungen angestellt worden, die sie nicht restlos zu erklären vermag. So ist z. B. der große Einfluß, den geringe Spuren von Verunreinigungen ausüben, wie ihn Edgar Meyer²⁾ für Wasserdampf in Luft nachgewiesen hat, nur sehr schwer zu verstehen; ganz unverständlich bleibt aber nach dieser Theorie der Verlauf des Einflusses: ein anfängliches Fallen und späteres Steigen des Funkenpotentials mit wachsendem Wasserdampfdruck. Unberücksichtigt ist auch noch folgendes: nach früheren Arbeiten schien es, als ob das Material der Elektroden ganz ohne Einwirkung auf die Höhe der Entladespannung sei³⁾; die Deutung Townsends, daß der Funke allein im Gasraum entstände, war darum den damaligen Experimenten durchaus angepaßt. Neuere, sorgfältigere Messungen lassen jedoch darauf schließen⁴⁾, daß durchaus mit einem Materialeinfluß zu rechnen ist, der, wenn auch gering, doch bei gegebenem Gase jedem Metall

1) J. S. Townsend, *Electricity in Gases*. Oxford. 1915.

2) Edgar Meyer, *Ann. d. Phys.* **65**. S. 335. 1921. Im folgenden als II zitiert.

3) W. de la Rue und H. W. Müller, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*. 169. Part. I. 55. 1878. J. B. Peace, *Proc. Roy. Soc. London*. **52**. S. 99. 1892; W. R. Carr, *Phil. Trans. Roy. Soc. London (A.)* **201**. S. 403. 1892.

4) N. Campbell, *Phil. Mag.* (6.) **38**. S. 214. 1919. — Edgar Meyer, *Mitt. der Phys. Ges. Zürich*. Nr. 19. S. 70. 1919; Holst und Osterhuis, *Physica*. **1**. S. 84. 1921.

einen charakteristischen Wert für das Funkenpotential zuschreibt, wie er auch für das Kathodengefälle existiert.¹⁾ Künftige Arbeiten werden also vor allem diesen Materialeinfluß der Elektroden eindeutig festzustellen haben. — Bevor man das aber untersuchen kann, muß erst festgestellt werden, ob vielleicht die Verunreinigungen der Elektrodenoberflächen, wie sie sich im Gasraum durch adhärierende Wasser- und Gasschichten ausbilden, schon von Bedeutung für den Wert des Funkenpotentials sind. Reine, auch trockne Gase lassen sich bei sehr sorgfältigem Arbeiten gewinnen; absolute Trockenheit und Gasfreiheit der Elektroden aber, die von der freien Atmosphäre her in das Entladegefäß eingesetzt werden müssen, ist kaum anders zu erreichen, als daß man direkt vor der eigentlichen Messung im Entladegefäß selbst neue Elektrodenoberflächen herstellt.

Diese Arbeit hat sich darum das Ziel gesteckt, nachzuweisen, ob derartige adhärierende Schichten von Bedeutung sind, ob also ein solches Herstellen neuer Oberflächen jeder endgültigen Bestimmung des Funkenpotentials vorherzugehen hat. Ein Resultat sei hier gleich vorweggenommen: Wasserdampf, der nachweislich auf den Elektroden saß, und der im Gasraum eine so hervorragende Rolle spielt, schien, während er dem Metall anhaftete, ohne jede Bedeutung zu sein, sowohl in Luft als auch in Stickstoff. Es handelt sich hier um außerordentlich geringe Mengen Wasserdampf, die so fest am Metall sitzen, daß sie ohne besondere Erwärmung auch bei tagelangem Verbleib in hohem Vakuum (ca. 10^{-5} – 10^{-6} mm Hg) sich nicht lösen. Ein Einfluß anhaftender Gas- oder Oxydschichten ließ sich in Luft an keinem der untersuchten Metalle nachweisen, sei es, daß der Einfluß fehlt, sei es, daß die Schichten sich schneller wieder herstellen, als es diese Messungen nachzuweisen vermochten. In Stickstoff hingegen war für Zn eine Änderung des Funkenpotentialwertes festzustellen, wenn die Kathode eine neue Oberfläche erhalten hatte, und zwar unter allen untersuchten Metallen nur für Zn. — Im folgenden seien die Experimente beschrieben, die diesen Nachweis bringen sollen, sowie einige Resultate angeführt, die sich nebenher ergaben.

1) J. S. Townsend, a. a. O. S. 436.

§ 2. Um im Vakuum eine neue Metalloberfläche herzustellen, stehen im allgemeinen zwei Wege offen. Man kann entweder der alten Oberfläche durch Kathodenzerstäubung eine neue überlagern, oder aber man schabt auf mechanischem Wege die alte Oberfläche fort. Während viele Autoren in der Kathodenzerstäubung ein unfehlbares Mittel sehen, saubere Metalloberflächen herzustellen, läßt sich auch die Ansicht vertreten, daß den überfliegenden Metallpartikeln Gas- und Oxydschichten anhaften, jedenfalls ist die Reinheit von so hergestellten Oberflächen bisher widerspruchlos noch nicht festgestellt. Es wurde darum hier der zweite Weg beschritten und die Elektroden im Vakuum auf mechanischem Wege gesäubert.

Die Apparatur ergab sich somit folgendermaßen:

a) Da große Teile der Versuchsanordnung schon früher beschrieben sind,¹⁾²⁾ so mögen diese erst kurz Erwähnung finden:

Eine der eigentlichen Meßfunkenstrecke stets parallel geschaltete Vergleichsfunkenstrecke ist die schon früher benutzte. Dicht zwischen zwei planparallelen kreisrunden Messingplatten von 21 mm Durchmesser in Hartgummifassung liegt ein Hartgummiring von 24,5 mm äußerem und 8,1 mm innerem Durchmesser, der zwecks schnelleren Ausgleichs des Meßgases im Ring und außerhalb desselben eine 0,6 mm weite, genau radiale Bohrung enthält. Das durch den Ring ausgeblendete Feld war streng homogen, wie früher³⁾ durch die Unabhängigkeit des Funkenpotentials von dem inneren Durchmesser des Zwischenringes bewiesen war. Auch die elektrische Einrichtung (Hochspannungsbatterie, Blockkapazität zur Vermeidung allzu intensiver Funken, Nachweis des übergehenden Funkens mittels eines empfindlichen Galvanometers (Empfindlichkeit = $5,3 \cdot 10^{-10}$ Amp. pro Skalenteil) Spannungsablesung mit Millivoltmeter von Siemens & Halske ist die alte geblieben. Die Funkenverzögerung wurde durch die γ -Strahlen eines genügend starken Ra-Präparates (2 bis 28 mg RaBr_2) aufgehoben. Das Evakuieren geschah mittels eines Aggregates von 3 Pumpen (Gaedesche Kapselpumpe, Volmer-Vorvakuumpumpe, Gaedesche Diffusionspumpe), die Druckmessung mit einem McLeod

1) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. 58. S. 297. 1919. Im folgenden als I zitiert.

2) H. Stücklen, Ann. d. Phys. 65. S. 369. 1921.

3) Edgar Meyer, I.

Manometer mit Kompensationssteigrohr¹⁾ für Drucke von 0,5–10 mm, mit einem Mc.Leod-Manometer mit Kapillarrohr für hohes Vakuum. Zur gründlichen Austrocknung der Apparatur, bzw. als Reservoir für das zu benutzende Gas waren mit P_2O_5 gefüllte Rohre an mehreren Stellen angebracht, wie das aus Fig. 1 ersichtlich ist.

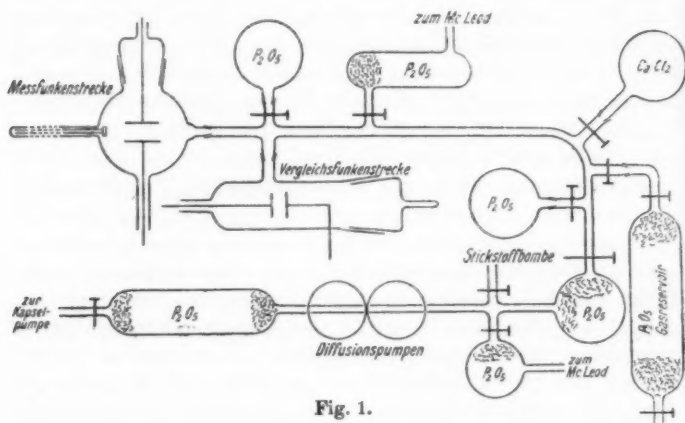


Fig. 1.

Wenn große Trockenheit des Gases erforderlich war, so wurde zufolge früheren Messungen²⁾ für die „innere Apparatur“ (bestehend aus den Entladegefäßen, einem Trockengefäß und den Zuleitungen) nur Glas und Glaswolle benutzt, die zuvor durch Auskochen unhygroskopisch gemacht waren; alle nicht ausgekochten Glasteile waren durch P_2O_5 -Schutzgefäße von der inneren Apparatur getrennt. Sollte hingegen das Gas gewisse Wasserdampfgehalte besitzen, so wurden entweder nicht ausgekochte Glasteile zu der Apparatur zugeschaltet, oder das P_2O_5 -Reservoir entfernt und die Zimmerluft direkt (durch Glaswolle) in die Apparatur gelassen, oder es wurde auch die Apparatur mit einem Reservoir, das $CaCl_2$ enthielt³⁾, verbunden. Alles Gas, was in die Apparatur geleitet wurde, war

1) Edgar Meyer, I.

2) H. Stücklen, a. a. O.

3) H. Stücklen, a. a. O.

stets durch Glaswollefilter staubfrei gemacht. Hähne und Schliffe waren mit Ramsayfett gedichtet, Metallteile mit weißem Siegellack eingekittet.

b) Der Schabeapparat.

Fig. 2 gibt schematisch den Schabeapparat wieder:

1. Stellung beim Messen. In zwei fest in das Gefäß der Meßfunkenstrecke eingekittete Elektrodenhalter H_1 und H_2 lassen sich die kreisrunden planparallelen Metallelektroden E_1 und E_2 einschieben, die untere E_1 ist fest, die obere E_2 in einer Führung

Meßfunkenstrecke (S) mit Schabevorrichtung

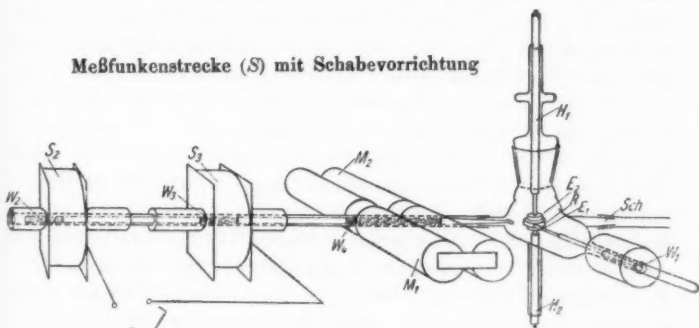


Fig. 2.

leicht beweglich. Diese obere Elektrode liegt vermöge ihrer Schwere dicht auf einem Ring R aus isolierendem Material (Hartgummi oder Bernstein) auf. Auch dieser Ring besitzt, wie der oben beschriebene, zum Gasausgleich eine enge radiale Bohrung. Die Elektroden sind, um zu vermeiden, daß sich außerhalb des Ringes am Rande ein Spitzenstrom ausbilde, entweder in Hartgummi eingebettet oder am Rand genügend stark abgerundet. Die Dimensionen sind folgende: Elektroden-durchmesser 1,50 cm, Ringdurchmesser außen 1,97 cm, innen 0,50 cm, Ringdicke 4,81 mm.

2. Stellung beim Schaben.¹⁾ Sollen die Elektroden geschabt werden, so wird das Gefäß um den Schliff *Sch* um 90° gedreht, so daß die Elektrodenoberflächen nun vertikal stehen. Der Ring, der durch ein schwach federndes Stück mit dem

1) Der Apparat ist im Prinzip ähnlich gebaut wie der von H. Küstner, Ann. d. Phys. 46. S. 893. 1915.

Weicheisenstab W_1 verbunden ist, wird nun durch eine stromdurchflossene Spule von außen angehoben, wobei sich W_1 in einer Metallführung des umhüllenden Glasrohres festklemmt, so daß der Ring nun auch, ohne daß die Spule von Strom durchflossen ist, über den Elektroden hängen bleibt. Jetzt wird, ebenfalls auf elektromagnetischem Wege vermittelt Eisenstab und Spule das Ende eines langen Messingstabes zwischen die Elektroden gebracht, das vorne ein Messerchen aus glashartem Silberstahl mit 2 hohlgeschliffenen Schneiden trägt. Wenn nun die Spulen S_2 und S_3 , die exzentrisch über den Weicheisenstäben W_2 und W_3 sitzen, wechselweise mit Strom beschickt werden, so führt das Messerchen hin- und hergehende Bewegungen aus. Werden außerdem die Elektromagnete M_1 oder M_2 zu beiden Seiten des Eisenstückes W_4 mit Strom beschickt, so wird das Messer bei seiner Bewegung hart an E_1 oder an E_2 gedrückt. Zur Verstärkung der Zugwirkung sitzen vor den Spulen S_2 und S_3 Eisenrohre (6 cm Länge, 5,5 mm Wanddicke), die wie die Spulen selbst von außen über das Rohr, das den Messerhalter führt, geschoben werden. Die Zugkraft war auf diese Weise im Verhältnis 1:4 gesteigert. Beim Schaben blieb E_1 fest an seinem Ort, E_2 wurde jedoch ein klein wenig zur Seite gedrückt; dadurch war es möglich, bei dem späteren Wiedereinführen des Ringes diesen nicht über die neugeschabte Fläche gleiten zu lassen, so daß eine Berührung des mittleren Teiles der Elektroden mit dem Hartgummi vermieden war. Waren die Elektroden in Hartgummi eingefaßt, so war durch Abdrehen der Einbettung dafür Sorge getragen, daß das Messer nur das Metall berührte.

Das Schaben geschah so gründlich, daß nach jedem Versuch eine dicke Metallstaubschicht auf dem Boden des Gefäßes lag, doch wurde darauf geachtet, daß an den Elektroden selbst keine Metallpartikelchen haften blieben. Besondere Versuche hatten übrigens gezeigt, daß solche anhaftenden Metallpartikel keinen großen Einfluß auf den Wert des Funkenpotentials ausübten. Der Ring, der ja während des Schabens über den Elektroden hing, blieb natürlich staubfrei. Nach beendetem Schaben wurde sehr schnell das Messer zurückgeschoben, der Ring eingelassen und die Apparatur gedreht; ca. $1\frac{1}{2}$ —2 Minuten später konnte die erste Messung erfolgen. Nach beendetem Versuch sah man an den herausgenommenen Elektroden, daß diese durchweg eine neue Oberfläche erhalten hatten, das Schaben funktionierte also gut.

§ 3. Kontrollversuche und Vorsichtsmaßregeln.

Da Funkenpotentiale bekanntlich gegen Störungen aller möglichen Art außerordentlich empfindlich sind, so war eine größere Menge von Kontrollmessungen und Vorsichtsmaßregeln notwendig, von denen die wichtigsten kurz erwähnt seien.

1. Am einfachsten wäre es gewesen, die Brauchbarkeit der Meßfunkenstrecke — sie sei im folgenden *S* genannt — zu prüfen, indem man mit ihr eine normale Druck-Spannungskurve für Funkenpotentiale aufgenommen hätte, z. B. nach dem festen, von E. Meyer angegebenen Spülrezept.¹⁾ Bei dem wechselnden Feuchtigkeitsgehalt der aus dem Zimmer entnommenen Luft²⁾ war dies aber mit einer größeren Genauigkeit als ± 10 Volt nicht möglich; jedes Nachfüllen von Luft ändert den Wasserdampfgehalt im Versuchsgefäß und damit auch den Wert des Funkenpotentials. Die Brauchbarkeit der Anordnung ließ sich jedoch auf anderem Wege nachweisen. — Nimm man bei sukzessivem Evakuieren, also bei einem konstanten Feuchtigkeitsgehalt der Luft das Funkenpotential in seiner Abhängigkeit vom Druck auf, so lag das Spannungsminimum stets an der Stelle, die sich aus der Formel von Paschen mit der Konstanten von Meyer³⁾ $p_{\min} \times l = 5,67$ ergibt. Es war $l = 4,81$, $p_{\min} = 1,16$ bis $1,20$; also $p_{\min} \times l = 5,58$ bis $5,77$, eine Genauigkeit, die für diese Versuche ausreichte.

Ein Vergleich der Meßfunkenstrecke *S* mit der Vergleichsfunkenstrecke *V* zeigte oft verschiedene Werte für die Entladenspannung an, wenn neues Gas eingelassen oder die Apparatur kurz vorher geöffnet worden war. Unsymmetrische Lage der Funkenstrecken zu den Trockengefäßen mögen dafür verantwortlich sein. Wartete man aber genügend lange Zeit bis die Feuchtigkeit im Innern der Apparatur sich ausgeglichen hatte, so konnte man sicher sein, daß auch das Funkenpotential bei

1) Edgar Meyer, I.

2) Erwähnt sei, daß die Versuche in einem neu gemauerten, also besonders feuchten Zimmer des Erdgeschosses ausgeführt wurden. Bei schnellem Arbeiten, wie das beim Aufnehmen einer Druck-Spannungskurve notwendig ist, machte sich der Wassergehalt der aus dem Zimmer entnommenen Luft sehr störend bemerkbar. Darum wurde für spätere Versuche nur Luft aus dem P_2O_5 -Reservoir verwandt, wenn nicht direkt Versuche in „feuchter Luft“ angestellt werden sollten.

3) Edgar Meyer, I.

gleichem Elektrodenmaterial und gleichem Elektrodenabstand in beiden Gefäßen denselben Wert zeigte.

Tab. 1 gibt ein typisches Beispiel für den Gang der Entladespannung in beiden Funkenstrecken.

Tabelle 1.
Messingelektroden in Luft. $p = 1,86$ mm Hg.

t	v_s	v_e
0	350 Volt	354 Volt
15 ^h	360 ..	367 ..
23 ^h 30'	362 ..	366 ..
40 ^h	370 ..	372 ..
48 ^h	370 ..	371 ..
61 ^h	370 ..	371 ..
67 ^h	369 ..	370 ..

Nach etwa $1\frac{1}{2}$ —2 Tagen haben sich die Funkenstrecken gleich eingestellt, um ohne Änderung von außen nicht mehr verschiedene Werte anzunehmen.

2. a) Es war zu prüfen, ob eine Feldverzerrung innerhalb des Ringes zwischen den Elektroden, hervorgerufen durch elektrische Influenz anderer Metallteile, stattfand. Zu diesem Zwecke wurden Messer- und Ringhalter, die am nächsten benachbarten Metallstücke, mit einer der Elektroden leitend verbunden. Dadurch wäre ein zwischen den Elektroden durch Influenz verzerrtes Feld sicher verändert worden. Da nun das Funkenpotential trotz der Verbindung das gleiche blieb, so war nachgewiesen, daß der Feldverlauf im Raum, in dem der Funken übergeht, durch elektrische Influenz nicht gestört wurde.

b) Um zu sehen, ob ein magnetisches Feld, entstanden durch den remanenten Magnetismus der Eisenteile, das Funkenpotential beeinflusse, wurden für die Dauer einer Messung alle Spulen, die über die Eisenteile geschoben waren, mit kräftigem Strom beschickt, das magnetische Feld also sicher beträchtlich verstärkt. Eine Wirkung auf die Höhe der Entladespannung war nicht zu konstatieren, woraus zu schließen ist, daß die Eisenteile zu weit von den Elektroden entfernt sind, als daß der remanente Magnetismus störend wirken könnte.

3. Es war zu kontrollieren, ob der homogene Teil des Feldes zwischen den Elektroden größer war als die Ringbohrung, da kleine Verschiebungen des Ringes vor und nach dem Herausziehen, wie es beim Schaben notwendig ist, nicht zu vermeiden

waren. Ferner mußte man nachweisen, was bei früheren Versuchen zwar mit großer Wahrscheinlichkeit angenommen, aber noch nicht bewiesen war, daß sich durch die Funken an der Ringwandung keine Ladungen ausbilden, die das Feld beeinflussen. Wenn beides nicht der Fall ist, sollte erstens eine kleine seitliche Verschiebung des Ringes ohne Einfluß sein. Bei Drucken oberhalb des Minimumpotentials sollte ferner, da ja für diesen Fall der Funke auf kürzestem Wege, also senkrecht zu den Elektroden überspringt, das Funkenpotential mit und ohne Ring denselben Wert haben. — Der Apparat wurde um 90° gedreht und der Ring sukzessive hochgezogen. Tab. 2 gibt das Funkenpotential wieder in seiner Abhängigkeit von der Ringstellung.

Tabelle 2.

Funkenpotential beim Herausziehen des Ringes.	
Zn-Elektroden mit Hartgummieinbettung in N_2 $p = 2,43$ mm Hg	
1. Ring in der Mitte	$V = 340$
2. „ ca. 3 mm herausgezogen	340
3. „ ca. 6 mm herausgezogen, Bohrung über dem Elektrodenrand, Elektrodenmitte bedeckt	349
4. „ halb heraus, Bohrung draußen	341
5. „ fast draußen, Elektrodenmitte frei	339
6. „ ganz herausgezogen	339
7. ungefähr wie 5	341
8. „ „ 4	341
9. „ „ 3	358
10. „ „ 2	341
11. wie 1	339

Liegt der Ring in der Mitte zwischen den Elektroden oder fast in der Mitte, so ist das Funkenpotential das gleiche wie ohne Ring, blendet er die Mittelpartien ab, so ist der Wert höher, entsprechend der Abnahme des elektrischen Feldes nach dem Rande hin. Die Befürchtung, Ladungen an der Ringwandung könnten den Feldverlauf verzerren, ist somit als unbegründet erwiesen.

4. Beim Schaben, d. h. beim elektromagnetischen Bewegen des Messerhalters erwärmt sich dieser durch Foucaultströme, wodurch geringe Mengen Wasserdampfes, die an der Oberfläche des Metalls adhäreren, an die Umgebung abgegeben werden, und diese Spuren genügen, um den Wert der Entladespannung bemerkbar zu ändern (bis zu ca. 5–10 Volt). Dieser sehr störende Effekt konnte durch 2 Vorsichtsmaßregeln vollständig beseitigt werden: Es war unbedingt erforderlich, sehr langsam

zu schaben. Es wurde ferner vor jeder Meßreihe die Apparatur auf sehr gutes Vakuum ausgepumpt und alle Spulen ca. 10 bis 15 Minuten lang mit kräftigem Wechselstrom beschickt. Die dabei eintretende Erwärmung der Metallteile genügte, ihre Feuchtigkeitsabgabe so weit zu treiben, daß ein Pseudoschaben, d. h. ein Schaben, bei dem das Messerchen sich zwar zwischen den Elektroden hin und her bewegte, aber nicht durch die Magneten M_1 oder M_2 an die Elektroden angedrückt wurde, vollständig ohne jeden Einfluß blieb. Die Werte des Funkenpotentials vor und nach dem Pseudoschaben waren später absolut gleich. Auch eine besondere Erwärmung des Messers blieb dann ohne jede Bedeutung. Tabelle 3 gibt die Belege für das Gesagte.

Tabelle 3.

Die Metallhalter sind vorher <i>nicht</i> erwärmt			Die Metallhalter sind vorher erwärmt		
Potential		darauf ca. 2 Std. mit P_2O_5 verbund.	Potential		
vor dem Pseudoschaben	nach		vor	nach	
378 Volt	373 Volt	378 Volt	390 Volt	390 Volt	
410 "	402 "	409,5 "	370 "	370 "	
341 "	344 ¹⁾ "	341 "	381 "	382 "	
			321 "	321 "	

Man sieht, daß es sich bei diesem Versuch um frei werdenden Wasserdampf handelt, da sich nach ca. 2ständiger Verbindung mit P_2O_5 der alte Wert wieder einstellt.

§ 4. Resultate.

Zuerst soll der Nachweis erbracht werden, daß eine Wasserschicht auf den Elektroden ohne Einfluß auf das Funkenpotential ist. Dies wird der Fall sein, wenn wir folgendes beobachten: das Meßgas möge einen bestimmten, sehr geringen Feuchtigkeitsgehalt haben, und an den Elektroden soll eine Wasserschicht haften. Das erste Schaben löst diese Haut vom Metall, führt sie in das Gas über, und bewirkt dadurch eine Potentialänderung in Meß- und Vergleichsfunkenstrecke, die einem Feuchterwerden des Gases entspricht. Wirkt nun eine folgende Austrocknung des Gases so, daß die nunmehr wasserfreien Elek-

1) Hier war durch Verbindung mit $CaCl_2$ die Apparatur etwas feuchter, ein stärkeres Feuchterwerden mußte Erhöhung des Funkenpotentials hervorrufen.

troden in dem wieder getrockneten Gas gleiches Funkenpotential anzeigen wie die vorher mit Wasserdampf beladenen im trocknen Gas, so wäre erwiesen, daß die Feuchtigkeitsschicht auf dem Metall keine beeinflussende Rolle gespielt hat. Was für das anfänglich trockne Gas gilt, gilt natürlich auch für anfänglich feuchtes; ist die dazugekommene Feuchtigkeit vom P_2O_5 absorbiert, und zeigen die wasserfreien Elektroden gleiches Potential an wie die vorher mit Feuchtigkeit beladenen, so kann diese Wasserhaut keinen Einfluß auf die Entladespannung gehabt haben. Steht dann aber die Apparatur längere Zeit in dem feuchten Meßgas, so werden die Elektroden von neuem Wasserdampf anziehen, und die Wiederholung des Versuches muß das gleiche Resultat ergeben.

Die Versuche wurden angestellt mit Messing, Ag, Al, Zn und Cu in Luft und in Stickstoff. Die Luft war entweder ganz trocken, dann war sie einem Reservoir entnommen, in dem sie tagelang über P_2O_5 unter einigen Zentimetern Druck gestanden hatte, oder sie hatte mittleren Feuchtigkeitsgehalt, dann war sie kürzere Zeit getrocknet, oder aber sie war durch Verbindung der Apparatur mit einem $CaCl_2$ -Rohr feucht gemacht.¹⁾ Der Stickstoff war einer Bombe entnommen, durch Pyrogallol und glühendes Cu von Sauerstoff befreit und dann in ein mit P_2O_5 beschicktes Reservoir gelassen. Nur in einigen Versuchen war er direkt aus der Bombe in die Apparatur geleitet und enthielt dann ca. 4 Proz. Sauerstoff.

Wie schon oben erwähnt, handelt es sich hier um ganz geringe Schichten von Feuchtigkeit, die so fest am Metall haften, daß sie sich ohne besondere Erwärmung nicht ablösen, falls sie nicht abgeschabt werden. Manometrisch läßt sich die Druckänderung durch den freiwerdenden Wasserdampf nicht mehr feststellen. Liegt dagegen Metall an der freien Luft unter Atmosphärendruck, so zieht es sehr viel mehr Wasser an, das zum allergrößten Teil im Vakuum wieder abgegeben wird. Von dem Nachweis dieser Wasserhaut wird weiter unten (§ 7) die Rede sein. Hier war vor jedem Versuch die Apparatur auf sehr

1) Frühere Versuche (H. Stücklen, Ann. d. Phys. **65**, S. 369. 1921) hatten ergeben, daß $CaCl_2$, das wenige Stunden an der Luft steht, genügend Wasser anzieht, um im luftverdünnten Raum das Meßgas so feucht zu machen, daß eine weitere Vermehrung der Feuchtigkeit ein Steigen des Funkenpotentials zur Folge hat.

gutes Vakuum gebracht worden (ca. 10^{-5} mm— 10^{-6} mm Hg), und dieses wurde unter mehrfachem Nachpumpen mindestens einen halben Tag, in der Mehrzahl der Fälle aber länger (bis zu 2—3 Tagen) bei steter Verbindung der Apparatur mit P_2O_5 aufrecht erhalten.

Zwei typische Beispiele für den Verlauf solcher Versuche möchte ich an Hand von graphischen Darstellungen (Fig. 3 und Fig. 4) wiedergeben, andere seien den folgenden Tabellen entnommen. Zuvor sei jedoch noch folgendes bemerkt: Nachdem einige Male gezeigt worden war, daß beide Funkenstrecken gleichen Wert für das Funkenpotential annehmen, falls genügend lange Zeit (bis zu einigen Tagen) gewartet wird, bis sich in der ganzen Apparatur ein Feuchtigkeits-Gleichgewichtszustand zwischen dem Gas, den Glaswänden und dem P_2O_5 ausgebildet hat, ist in späteren Fällen dieser Zustand nicht immer abgewartet worden. Dieses erklärt, warum bei den folgenden Versuchen Differenzen von einigen Volt zwischen den Potentials der beiden Funkenstrecken auftreten. Ein Gang des Potentials, und auf den kommt es hier allein an, ist jedoch trotzdem absolut sicher festzustellen. Und ferner: Die Funkenstrecke S war, wenn beide Elektroden aus dem gleichen Material bestanden, im allgemeinen symmetrisch, d. h. ein Vertauschen der Stromrichtung änderte am Werte der Entladespannung nichts. Tritt einmal eine kleine Differenz auf, so kann sie durch Funkenverzögerung oder durch Meßfehler erklärt werden. Nie ist sie jedenfalls systematisch. Bestanden aber die Elektroden aus verschiedenem Material, so traten öfters beim Kommutieren Verschiedenheiten von mehreren Volt auf. Die Versuche, ob ein bestimmtes Metall z. B. in Kathodenstellung stets höheres Potential aufweist als in Anodenstellung, verliefen jedoch nicht eindeutig. Ich möchte daher aus dieser Differenz vorläufig keine Schlüsse ziehen.

In den folgenden Figuren bedeutet \times das Potential der Vergleichsfunkenstrecke V , \bullet das Potential der Meßfunkenstrecke S , wenn die untere Elektrode Kathode, \circ wenn die obere Kathode ist, entsprechend \downarrow und \uparrow , daß die untere bzw. die obere Seite geschabt wird. Die Zeitachse wechselt im Maßstab, da die Änderung des Funkenpotentials durch Schaben meist sehr viel schneller erfolgte als die der Erholung. Besonders die Zeiten des Austrocknens der Apparatur sind stark verkürzt. Das

Schaben selbst dauert in der Regel 15–20 Minuten, manchmal auch kürzer, gemessen wird im allgemeinen 1,5–2 Minuten nach Zurückziehen des Messers. — Wie auch in späteren Versuchen, ist als Ordinate nicht immer der Absolutwert in Volt

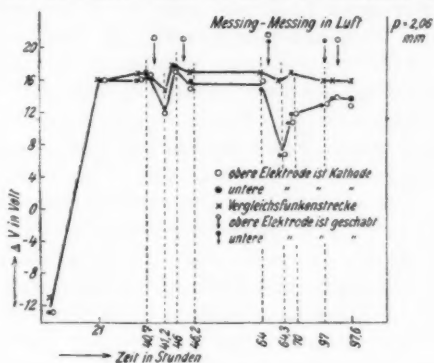


Fig. 3.

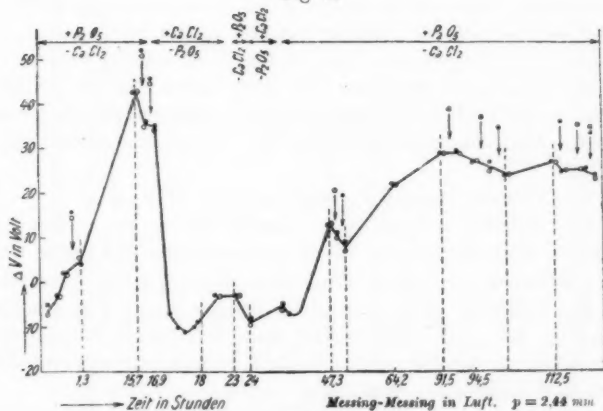


Fig. 4.

eingetragen, sondern die Differenz ΔV der hier gefundenen Entladespannung gegen einen Normalwert bei gleichem Druck, und als Normalkurve diente die Druck-Spannungskurve von Edgar Meyer¹⁾, aufgenommen bei einem reproduzierbaren

1) Edgar Meyer, I.

mittleren Feuchtigkeitsgehalt. Positive Werte für ΔV entsprechen einerseits trockenem, anderseits sehr feuchtem Gas, Null und negative Werte mittlerem Wasserdampfgehalt.

Wir entnehmen der Figur 3 folgendes: Nach dem ersten Schaben einer *jeden* Elektrode zeigt die Potentialänderung in der Meß- und Vergleichsfunkenstrecke ein Feuchterwerden des Gases an. Auch beim zweiten Schaben ist ein gleiches zu bemerken, was damit erklärt werden mag, daß jetzt noch Randpartien der Elektrode vom Messer ergriffen wurden, die vorher nicht berührt waren. Der Einfluß auf beide Funkschrecken ist aber beim zweiten Schaben kleiner. Fig. 3 veranschaulicht zwischen $t = 41,2$ bis 46 Stunden, sowie zwischen $t = 64,3$ bis 97 Stunden, wie nach erfolgtem Fallen des Funkschpotential durch Austrocknen des Gases (das P_2O_5 -Rohr war während der ganzen Versuchsreihe angeschlossen) in beiden Funkschrecken wieder steigt. — Diese Erholungszeit ist im Versuch der Fig. 4¹⁾ nicht abgewartet worden, vielmehr wurde dort nach dem dritten Schaben die Apparatur durch $CaCl_2$ feucht gemacht — die Elektroden sollten sich noch einmal mit Wasserdampf beladen — und dann nach ca. 25 Stunden das Gas wieder getrocknet. Daraufhin zeigt das Schaben einer jeden Seite einzeln wieder eine erneute Wasserdampfabgabe, die aber beim dritten Schaben bereits unmerklich klein geworden ist. Späteres Schaben nach weiterer Austrocknung des Gases blieb dann ohne wesentlichen Einfluß.

Die Tabellen 4 und 5 geben weiteres Material.

Die Tabellen zeigen etwas ausführlicher, was schon die Figuren veranschaulichten, das Feuchterwerden des Gases beim ersten Schaben in beiden Funkschrecken und das Einstellen auf den früheren Wert, wenn die freigewordene Feuchtigkeit absorbiert ist. Die dem Metall fest anhaftende Wasserhaut kann somit als für den Wert der Entladespannung unwesentlich angesehen werden.

§ 5. Haben die Elektroden durch mindestens zweimaliges Schaben eine vollständig saubere Oberfläche erhalten, so wird sich diese nach einer endlichen kleinen Zeit wieder mit einer Schicht, bestehend aus dem umgebenden Gas, beladen. Wie nun die Versuche des § 4 zeigen, spielt der Wasserdampf, falls das Gas nur trocken genug ist, bei dieser neuen Schicht keine

1) Hier wurde die Vergleichsfunkschrecke nicht beobachtet.

Tabelle 4.

α) Trockner Ast in Luft.¹⁾

p in mm Hg	Elektrodenmaterial	Funkenpotential vor dem Schaben	geschabte Seite	Änderung durch das Schaben	Abklingung	Vergleichsfunkkenstrecke nicht angeschlossenen	Vergleichsfunkkenstrecke vor dem Schaben	Abklingung nach 16 Std. + P_2O_5	Abklingung nach 16 Std. + P_2O_5
2,49	Messing-Messing	420 Volt	A B A B A A A	- 10 7 0 0 0 0 0	nach 19 Std. + P_2O_5 420 Volt	Vergleichsfunkkenstrecke nicht angeschlossenen	Vergleichsfunkkenstrecke vor dem Schaben	398 Volt	Abklingung nach 16 Std. + P_2O_5 399 Volt
2,47	Messing-Messing	400	A und B A und B A und B	- 10 3	nach 3 Std. + P_2O_5 399 Volt				
2,39	Messing-Messing	419	A und B A und B	- 7 1	—				
2,52	Zn — Zn	401	A und B A und B	- 8 1	nach 16 Std. + P_2O_5 400 Volt	Vergleichsfunkkenstrecke vor dem Schaben	Abfall	398 Volt	Abklingung nach 16 Std. + P_2O_5 399 Volt
2,79	Zn — Al	402	Al Zn	- 4 2	—				

1) Die Kurve: Funkenpotential in Luft als Funktion des Wasserdampfgehaltes zeigt ein Minimum (Edgar Meyer II). Mit „trocknem Ast“ bzw. „feuchtem Ast“ wird derjenige Teil der Kurve bezeichnet, bei dem das Funkenpotential mit wachsendem Feuchtigkeitsgehalt ab- bzw. zunimmt.

Tabelle 4 (Fortsetzung),
 β) Feuchter Ast in Luft (Apparat mit CaCl_2 verbunden)

p in mm Hg	Elektrodenmaterial	Funk- potential vor dem Schaben	geschabte Seite	Änderung durch das Schaben	Abklingung	<div> <div>Vergleichsfunkkenstrecke nicht angeschlossen</div> <div> <div>Vergleichsfunkkenstrecke</div> <div>Potential vor dem Schaben</div> <div>Änderung durch das Schaben</div> <div>+ 5 Volt</div> <div>+ 0</div> </div> </div>
1,60	Messing- Messing	341 Volt	B	+ 5 Volt	2Std. + P_2O_5 341 Volt	
0,91	Messing- Messing	355	B	+ 5	3Std. + P_2O_5 353 Volt	
0,79	Messing- Messing	355	A B	+ 7 + 5	—	
2,77	Al — Ag	375	Ag Ag	+ 15 0	—	

Rolle mehr. Weiteres Schaben wird dann das Metall wieder gasfrei machen, und ein schnelles Messen nach erneuter Herstellung einer frischen Oberfläche könnte nachweisen, ob das reine Metall ein anderes Funkenpotential besitzt als das mit ganz trockenem Gas beladene. Fig. 3 sowie die Tabellen 4a, 5 und auch die folgende Tabelle 6 zeigen jedoch keine weitere Änderung der Entladespannung mehr an. Möglich ist, daß die Gasbeladung (oder Oxydschicht) keinen Einfluß auf das Funkenpotential ausübt, möglich aber auch, daß es doch der Fall ist, daß nur die Gas-
haut bei dem hier herrschenden Drucke sich schneller ausbildet, als es die Messungen nachzuweisen erlauben (ca. 1,5 bis 2 Minuten). Die sehr schnelle Wiederherstellung der Gasschicht scheint wahrscheinlich. Nach Messungen von Hallwachs¹⁾, ange-

1) Hallwachs, Phys. Zeitschr. 21. S. 561. 1920.

Tabelle 5.
Schaben in Stickstoff.¹⁾

p in mm Hg	Gaszu- stand	Meßfunkenstrecke				Vergleichsfunkenstrecke			
		Elektro- den- material	Potential vor dem Schaben	geschabte Seite	Änderung durch das Schaben	Abklingung	Potential vor dem Schaben	Änderung durch das Schaben	Abklingung
2,57 $N_2 + 4\% O_2$	trocken	Ag-Zn	377 Volt	Ag	- 6 Volt	14Std. + P_2O_5 379 Volt	377 Volt	- 4 Volt	14Std. + P_2O_5 378 Volt
2,50	trocken	Ag-Ag	373	A u. B B	- 5 0	-	-	-	-
2,58	trocken	Al- Messing	360	Messing Al	- 7 - 5	1 Std. + P_2O_5 360 Volt	-	-	-
2,61	etwas feuchter	Al- Messing	336	Messing Al Al *	- 11 - 5 0	-	-	-	-

1) Die Abhängigkeit des Funkenpotentials vom Feuchtigkeitszustand ist in Stickstoff die gleiche wie in Luft. Der Beweis dafür soll in einer folgenden Arbeit erbracht werden.

stellt, um den lichtelektrischen Effekt in seiner Abhängigkeit von der Gasbeladung der Elektrodenoberfläche zu untersuchen, bildet sie sich bei Atmosphärendruck fast momentan aus, also bei dem hier herrschenden Druck von ca. 2 mm sicherlich ebenfalls sehr schnell. Auch berechnet Debye¹⁾, daß eine Gashaut, sowohl aus Dipol- als aus Quadrupolmolekülen bestehend, mit einer ungeheuer großen Kraft vom Metall festgehalten wird, was ebenfalls für schnelle Bildung der Oberflächenschicht spricht. Um Funkenpotentiale gasfreier Metalle bestimmen zu können, müßte man demnach eine Methode ausarbeiten, die ein erheblich schnelleres Arbeiten ermöglicht.

Tabelle 6.

Weiteres Schaben²⁾ bleibt ohne Einfluß.

Meßfunkenstrecke					Vergleichsfunk- strecke	
p in mm Hg	Material	Potential vor dem Schaben	geschabte Seite	Änderung durch das Schaben	Potential	Änderung durch das Schaben
2,44	Messing in Luft	405	B	0	—	—
			B	— 2		
			A	— 2		
			A und B	— 1		
2,58	Ag-Zn in N ₂	350	Ag	— 1	—	—
			Ag	— 1		
			Ag	+ 1		
2,55	Ag-Ag N ₂ +4 ⁰ / ₁₀ O ₂	320	B	0	306	0
			A	0		
2,58	Messing Al in N ₂	320	Al	+ 2	310	0
			Messing	0		

§ 6. Ganz anderes Verhalten als das in § 5 beschriebene, zeigen Zn-Elektroden, die in Stickstoff geschabt werden. Das Funkenpotential steigt gleich nach dem Schaben um ca. 10 bis 12 Volt und fällt nach einigen Stunden wieder auf den Anfangswert zurück, eine Erscheinung, die sich im Gegensatz zu § 4 beliebig oft reproduzieren läßt. Es zeigt sich ferner hierbei, daß nur die geschabte Kathode das Potential ändert. Ein Schaben der Anode ist ohne jeden Einfluß. Dies ist ein prinzipiell anderes Verhalten als die in § 4 behandelte Erscheinung. Dort veränderte der frei werdende Wasserdampf das Gas und

1) P. Debye, Physica. 1. S. 362. 1921.

2) Bei den in Tabelle 6 angeführten Versuchen war vorher schon mindestens zweimal geschabt worden.

bewirkte darum eine Änderung der Entladespannung sowohl in Anoden- als auch in Kathodenstellung der geschabten Elektrode sowie eine Änderung in der Vergleichsfunkentrecke. Hier bleibt die Vergleichsfunkentrecke ganz unbeeinflusst, sobald erst einmal die Feuchtigkeit von der Zn-Elektrode entfernt ist, und die Meßfunkentrecke erhält, falls nur eine Elektrode geschabt ist, einen polaren Charakter, wobei die Kathode den Ausschlag gibt. Ich glaube darum, daß es sich hier um einen wirklichen Metalleffekt handelt. Diese Aussage sei an den Figuren 5—7 erläutert.

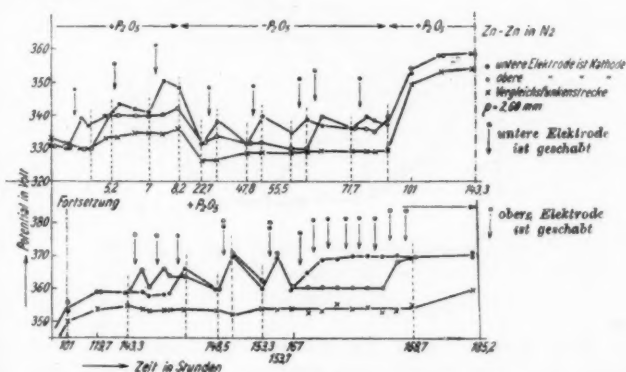


Fig. 5.

Fig. 5 gibt eine Versuchsreihe mit 2 Zn-Elektroden in sauerstofffreiem Stickstoff. Wenige Minuten nach dem Nachschleifen der Oberflächen waren die Zn-Elektroden in das Meßgefäß eingesetzt, und die Apparatur wurde darauf $\frac{1}{2}$ Tag lang unter gutem Vakuum bei Verbindung mit P_2O_5 gehalten. Der dann aus dem Trockenreservoir eingelassene Stickstoff war an nicht behandelten Glasteilen vorbeigestrichen, besaß also mittleren Feuchtigkeitsgehalt. Die Konstanz des Potentials in der Vergleichsfunkentrecke beim ersten Schaben bringt dies auch zum Ausdruck. Sechsmal wird nun die untere Elektrode geschabt, das Funkenpotential steigt regelmäßig an, wenn die geschabte Seite die Kathode bildet, ist sie Anode, so ist ihr Gang ungefähr parallel dem der Vergleichsfunkentrecke, d. h. richtet sich nach dem Wasserdampfgehalt des Stickstoffs. Von nun ab werden die zwei Seiten abwechselnd geschabt, mit dem

gleichen Resultat, daß die geschabte Kathode die Höhe der Entladespannung bestimmt. Die Abklingungsdauer des Schabeffektes beträgt ca. 2 Stunden. Im letzten Teil der Versuchsreihe sieht man, wie ungefähr 10 Volt einen für diese Druckverhältnisse nicht übersteigbaren Endwert darstellen, hier wurde nicht auf das Abklingen des Effektes gewartet, sondern zwischen je zwei Messungen ein Schaben eingeschaltet. Für die untere wie für die obere Seite ist nach zweimaligem Schaben die Enderhöhung von etwa 10 Volt erreicht.

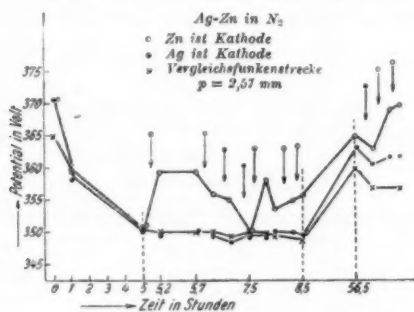


Fig. 6.

Fig. 6 zeigt einen Versuch mit einer Zn- und einer Ag-Elektrode. Hier wurde sehr trockner Stickstoff aus dem Reservoir in die Apparatur gelassen, deren nicht behandelte Glas- teile durch vorhergegangenes Offenstehen der Apparatur an der feuchten Zimmerluft (ca. 80 Proz. Feuchtigkeitsgehalt) einige Feuchtigkeit aufgespeichert hatten. Das Fallen des Funkenpotentials in Meß- und Vergleichsfunkstrecke zeigt an, wie der Stickstoff allmählich feuchter wird, bis er nach ca. 5 Stunden einen mittleren Feuchtigkeitsgehalt besitzt. Wiederholtes Schaben beider Elektroden während der nächsten $3\frac{1}{2}$ Stunden ruft in der Vergleichsfunkstrecke keine Änderung hervor, ein Zeichen, daß der Feuchtigkeitsgehalt gerade etwa dem Minimum des Potentials entsprach (in der Kurve die das Potential in seiner Abhängigkeit vom Feuchtigkeitsgehalt wiedergibt); nachdem später die Apparatur 48 Stunden lang von $t = 8,5$ bis $t = 56,5$ in Verbindung mit P_2O_5 gestanden hatte, was ja, wie oben gezeigt wurde, austrocknend auf das Gas, nicht aber in gleichem Maß auf die Elektrodenoberflächen wirkt, sieht man

im Potential der Vergleichsfunkkenstrecke das Feuchterwerden des Gases beim Schaben der Ag-Elektrode. — In der Meß-funkkenstrecke hingegen beobachten wir in allen Fällen, wie die Entladespannung steigt, wenn die Zn-Elektrode geschabt und zur Kathode der Funkenstrecke gemacht ist, keine Änderung tritt ein, wenn die geschabte Zn-Elektrode Anode ist, ebenso-wenig, wie wenn die Ag-Elektrode geschabt wird. Dies Steigen des Potentials für die Zn-Kathode tritt ein sowohl zuerst beim mittleren Feuchtigkeitsgehalt als auch bei der dann folgenden Trockenheit.

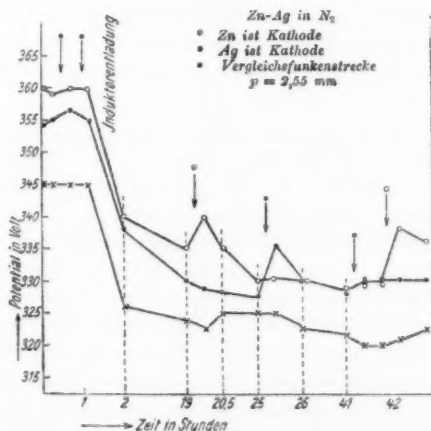


Fig. 7.

Im Versuch, den Fig. 7 darstellt, Zn und Ag in N_2 , waren die Zn- und die Ag-Elektrode durch vorhergehendes Schaben wasserfrei gemacht. Die Apparatur war dann gut evakuiert und neu mit Gas gefüllt, jedoch nicht geöffnet worden. So ändert auch zweimaliges Schaben des Silbers nichts am Potential der Vergleichsfunkkenstrecke, wenig an dem des Meßapparates. Nun wird durch Kathodenzerstäubung (Glimmentladung zwischen den Elektroden nach Herausnahme des Ringes), dem Ag eine dünne Zn-Schicht überlagert, worauf diese Elektrode auch das charakteristische Verhalten einer Zn-Elektrode annimmt und beim ersten Schaben (bei $t = 25$) das Potential

in Kathodenstellung steigen läßt. Beim zweiten Schaben (bei $t = 41$) ist alles Zn fortgekratzt, die Elektrode wirkt wieder als Silber-Kathode.¹⁾

Spätere Versuche zeigten, daß für diese Erscheinung der Stickstoff nicht absolut Sauerstoff-frei zu sein brauchte, Stickstoff mit ca. 4 Proz. O_2 verunreinigt, zeigte gleiches Verhalten.

Al oder Messing mit Zn zu einem Elektrodenpaar vereinigt, verhielten sich nach Kathodenzerstäubung wie Ag.

Für Zn-Kathoden in Stickstoff existiert also sicher ein Einfluß der dem Metall adhärierenden Oberflächenschicht auf das Funkenpotential. Bei den hier untersuchten Feuchtigkeitsverhältnissen, (von mittlerer Feuchtigkeit bis zu sehr großer Trockenheit) äußerte sich dieser Einfluß stets so, daß eine *Erhöhung* des Funkenpotentials eintrat, wenn diese Schicht entfernt wurde.

§ 7. In einer früheren Arbeit glaubte Edgar Meyer²⁾ einen Materialeinfluß der Elektroden auf das Funkenpotential nachweisen zu können. Er untersuchte die Entladespannung für Messing und Ag in Luft, die durch ein a. a. O. beschriebenes Spülrezept auf mittleren Feuchtigkeitsgehalt gebracht war. Dann nahm er die Elektroden heraus, ließ ihnen durch Abdrehen auf der Drehbank oder in einem Kathoden-Zerstäubungsapparat eine neue Oberfläche geben und untersuchte das Funkenpotential wieder nach sehr schnellem Einsetzen und Spülen der Apparatur mit frischer Luft. Hierbei zeigte sich, daß die abgedrehten Elektroden ein um mehrere Volt höheres Potential für die selbständige Entladung erforderten. Ich möchte der Vermutung Ausdruck geben, daß sich dem eigentlichen Materialeinfluß hier ein sehr viel größerer Feuchtigkeitseinfluß überlagert hat³⁾, auf Grund folgender Beobachtungen:

Ich habe einerseits die Abdrehversuche nach demselben Verfahren mit dem auch von Meyer verwendeten Entlade-

1) Kathodenzerstäubung bewirkt regelmäßig einen enormen Abfall des Funkenpotentials in beiden Funkenstrecken. Der Grund dafür (Bildung einer Stickstoff-Sauerstoff-Verbindung?) soll in einer späteren Arbeit festgestellt werden. Hier möge dieser Abfall unberücksichtigt bleiben, da es zwar die Absolutwerte des Potentials, nicht aber den Gang innerhalb eines Versuches änderte.

2) Edgar Meyer, Mitt. d. Phys. Ges. Zürich. Nr. 19, S. 70. 1919.

3) E. Meyer gibt in seiner späteren Arbeit (Ann. d. Phys. 65. S. 367. 1921) selbst diese Möglichkeit an.

gefäß (V) wiederholt, habe aber dabei gleichzeitig die parallel geschaltete Funkenstrecke (S) beobachtet. Andererseits habe ich die Elektroden einfach aus dem Apparat genommen, sie einige Minuten an der Luft liegen lassen und dann, nach sehr schnellem Einsetzen wieder den Gang beider Funkenstrecken aufgenommen. Fig. 8 gibt beide Teile des Versuches wieder.

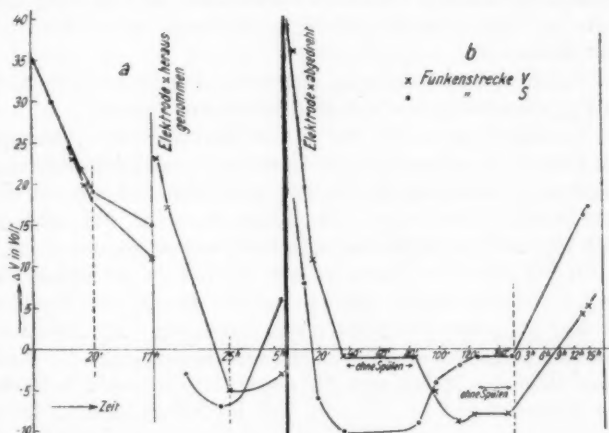


Fig. 8.

In Fig. 8a ist der Verlauf der Entladespannung in beiden Funkenstrecken dargestellt nach dem Zusammensetzen des Apparates von $t=0$ bis $t=17$ Std. ($p=2,42$ mm Hg). Dann wurde ein Elektrodenpaar (\times) herausgenommen, blieb 5' lang an der Luft liegen und wurde wieder eingesetzt. Nach viermaligem Spülen mit frischer Luft wurde ungefähr der alte Druck wieder eingestellt ($p=2,53$ mm Hg) und der Gang des Funkenpotentials beobachtet.

In Fig. 8b sollten möglichst genau die Verhältnisse reproduziert werden, die bei Meyers Versuchen mit neuen Metalloberflächen vorgelegen hatten. Nach Öffnen der Apparatur wurde ein Elektrodenpaar (\times) auf der Drehbank abgedreht, 5' später mit den neuen Messungen begonnen. Dabei wurde hier auch wie bei Meyers Versuchen, vor jeder Messung — wo in der Figur nicht anders angegeben — die Apparatur $3 \times$ mit frischer Luft gespült. Die nach dem Spülen eingestellten

Drucke schwanken zwischen 2,4 und 3,0 mm Hg (nur die beiden letzten steigen auf 3,5 bzw. 3,3 mm Hg). Konstanter Druck herrscht also während dieser Meßreihe (Fig. 8b) nicht, dafür ist jedoch, wie auch früher, als Ordinate nicht der Absolutwert des Potentials gewählt, sondern die Differenz ΔV gegen den Normalwert bei dem gleichen wie dem hier eingestellten Druck. Der Einfluß der Druckschwankung hebt sich auf diese Weise fast ganz heraus; jedenfalls ist er für diese Messungen ohne Bedeutung.

Während beider Teile des Versuches (Fig. 8a und 8b) waren die P_2O_5 -Trockengefäße mit der Apparatur verbunden.

Es zeigt sich: in Fig. 8a: In der Funkenstrecke V ist nach dem Öffnen des Apparates das Potential tatsächlich bedeutend erhöht und durchläuft die für das Austrocknen des Gases charakteristische Kurve durch ein Minimum. Das Potential der nicht abgedrehten Elektrode eilt dabei etwas voraus.

In Fig. 8b: Der Charakter der Kurven ist der gleiche wie in a), S eilt auch hier V zeitlich voraus. Das Spülen beschleunigt hier in beiden Funkenstrecken den Gang. Als Erklärung ließe sich folgendes anführen: Beim Herausnehmen der Elektroden zieht das Metall eine für diese Versuche recht beträchtliche Wasserschicht an, die zum Teil im luftverdünnten Raum abgegeben wird.¹⁾ Das Gas wird dabei so feucht, daß das Funkenpotential um ca. 40 Volt steigt. Da der Wasserdampf auf dem herausgenommenen Elektrodenpaar sitzt, so ist in dem Entladungsrohr V die Quelle der Feuchtigkeit, und V trocknet darum langsamer aus als S . Was also bei Meyer als Materialeinfluß angesehen wurde, scheint mir der Einfluß der Wasserdampfschicht zu sein, die sich auf dem Metall niederschlug, während die Elektroden aus der Werkstatt durch die feuchten Kellerräume des Instituts in das Arbeitszimmer zurückgebracht wurden.

§ 8. Bekanntlich gibt es zwei Arten von Funkenverzögerung. Die eine¹⁾ tritt bei jeder Entladung ein und kann

1) Auch aus Versuchen von E. Cohnstaedt: „Beobachtungen über die Wasserhaut von Glas und Metallen und über ihren Einfluß auf Druck und Elektrizitätsleitung in Vakuumröhren“ (herausgeg. von St. Sachs, Leipzig 1912) folgt, daß Metalle eine Wasserdampfschicht anziehen können, die sie im Vakuum wieder abgeben.

2) E. Warburg, Sitzungsber. Akad. Berlin. S. 223. 1896.

fast vollständig aufgehoben werden, wenn das Gas in der Funkenstrecke künstlich ionisiert wird, was hier durch Bestrahlen mit einem Ra-Präparat erreicht wurde. Die zweite Art von Verzögerung¹⁾ beobachtet man fast regelmäßig, wenn die Apparatur einige Stunden lang unbenutzt gestanden hat, und zwar nur beim ersten Funken. Beim zweiten ist sie meist schon unmerklich klein. Kommutiert man nach 4—6 Funkenübergängen die Stromrichtung, macht also die Kathode zur Anode, so kann es vorkommen, daß für diese Stromrichtung noch einmal eine solche Verzögerung auftritt, die aber fast stets kleiner ist. Tab. 7a gibt eine Zusammenstellung dieser Erscheinung. Die einzelnen Versuche sind willkürlich aus dem gesamten vorliegenden Beobachtungsmaterial herausgegriffen, beziehen sich also auf verschiedenen Feuchtigkeitsgehalt sowie verschiedene Drucke. Die Zahlen bedeuten die Anzahl Volt, um die die Spannung beim ersten Funkenübergang höher war als beim zweiten.

Tabelle 7a.

Auftreten der Verzögerung beim ersten Funken.

in Strom- richtung	Messing-Messing in Luft															
	A nach B darauf B nach A	20	24	35	32	30	40	35	14	17	14	25	0	35	0	9
		11	0	7	0	0	0	0	7	0	10	10	8	7	0	0
in Stromrichtung	Zn-Zn in Stickstoff															
	A nach B darauf B nach A	12	14	11	0	0	0	0	32	20	7	0	6	0	0	0

Diese Verzögerung stellte sich wieder ein, nachdem beide oder auch nur eine der Elektroden geschabt waren. Einen Unterschied, ob die geschabte Seite Kathode oder Anode war, konnte ich hierbei nicht bemerken.

Tab. 7b gibt eine Zusammenstellung aus den gleichen Versuchsreihen, die in 7a benutzt sind, für den ersten Funken direkt nach dem Schaben und nach dem ersten Kommutieren der Stromrichtung.

1) Faraday, Experimental Researches § 1417.

Tabelle 8b.

Verzögerung in der Meßfunkenstrecke

Zeit ohne angelegte Spannung	30'	25'	30'	20'	12'	40'	40'	30'	26'	10'	21'	33'	20'	36'	45'	40'
Verzögerung in Richtung $A \rightarrow B$	0	0	2	0	0	1	1	2	1	0	1	0	0	0	0	1
darauf $B \rightarrow A$	0	1	0	0	3	0	0	0	2	0	1	0	2	0	0	0
Zeit ohne angelegte Spannung	2 ^h	2 ^h 45'	2 ^h	1 ^h 5'	2 ^h 10'	1 ^h 15'	2 ^h 20'	1 ^h 45'	2 ^h 50'	3 ^h	4 ^h	4 ^h 35'	4 ^h 40'			
Verzögerung in Richtung $A \rightarrow B$	5	15	9	5	4	4	5	12	12	4	14	17	8			
darauf $B \rightarrow A$	0	0	2	2	3	5	0	0	0	5	12	6	0			

Diese Beobachtungen zeigen, daß die zweite Art der Verzögerung nicht wie die ersterwähnte ihre Begründung in einem zufällig vorhandenen Zustand des Gases hat, sondern jedenfalls mit der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden zusammenhängt. Ob sich beim Funkenübergang eine vielleicht flüchtige Metall-Gasverbindung bildet, oder welches sonst die Ursachen sein mag, müssen spätere Untersuchungen lehren.

Zusammenfassung.

§ 9. 1. Es wird ein Apparat angegeben, mit dem es möglich ist, den planparallelen Elektroden einer Funkenstrecke im Vakuum durch mechanisches Schaben eine neue Oberfläche zu geben.

2. Eine Reihe von Schutzmaßregeln wird beschrieben, die vor allem den Zweck verfolgen, störende Feuchtigkeitsänderungen des Gases zu vermeiden. Ein besonderer Kontrollversuch galt der Frage, ob sich an der Wandung des Ringes zwischen den Elektroden eine den Funken beeinflussende elektrische Ladung ausbildet.

3. Die Wasserschicht, die fest an den Elektrodenoberflächen haftet und sich auch im Vakuum nicht löst, übt auf das Funkenpotential *keinen* Einfluß aus. Erst wenn der Wasserdampf durch Abschaben entfernt ist und sich dadurch dem Gas mitteilt, ist er am Feuchterwerden des Gases im Gang des Funkenpotentials zu konstatieren.

4. Weiteres Erneuern der Oberfläche bleibt ohne Einfluß auf den Wert der Entladespannung, sei es, daß solch ein Einfluß

nicht besteht, oder daß die Oberfläche sich schneller wieder mit einer Gas- oder Oxydschicht bedeckt, als es diese Versuchsanordnung festzustellen erlaubt. Die Versuche wurden angestellt mit Messing, Cu, Al und Ag in Luft und in Stickstoff.

5. Nur in einem Falle zeigt ein Metall mit neuer Oberfläche ein anderes Funkenpotential als mit alter Oberfläche. Es ist dies Zn, das in N_2 geschabt wird. Hierbei tritt der Einfluß des Schabens — Steigen des Funkenpotentials um ca. 10 bis 12 Volt — nur dann ein, wenn die geschabte Oberfläche Kathode, nicht wenn sie Anode ist.

6. Der Einfluß neuer Metalloberflächen läßt sich nicht in Versuchen konstatieren, bei denen die Elektroden während der Meßreihe mit feuchter Zimmerluft in Berührung kommen, wie es nötig ist, falls man sie auf der Drehbank abdreht. Sie bedecken sich dann mit einer Wasserdampfschicht, die sich teilweise löst, wodurch das Funkenpotential derartig beeinflußt wird, daß eine Überdeckung des gesuchten Effektes eintritt.

7. Die Funkenverzögerung, die auftritt, wenn die Elektroden mehrere Stunden unbenützt waren, stellt sich auch sofort wieder ein, wenn die Elektroden eine neue Oberfläche erhalten haben. Es läßt sich daraus schließen, daß diese Art der Verzögerung mit der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden zusammenhängt, im Gegensatz zu der gewöhnlichen Funkenverzögerung, die ihre Ursache im Gase selbst hat.

Diese Arbeit ist ausgeführt im Physikalischen Institut der Universität Zürich. Herrn Prof. Dr. Edgar Meyer bin ich sowohl für die Anregung als auch für sein stetes förderndes Interesse zu größtem Dank verpflichtet.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 19. August 1922.)

4. Über den Einfluß von geringen Mengen Wasserdampf auf das Funkenpotential in Stickstoff;
Hildegard Stücklen.

Die Messungen der vorangehenden Arbeit machten es notwendig, den Einfluß von Wasserdampfspuren auf das Funkenpotential in Stickstoff kennen zu lernen. Außerdem war es nicht ohne Interesse, die Versuche, die bisher nur in Luft ausgeführt waren,¹⁾ durch solche in einem reinen Gas zu ergänzen, da ja bei Vorgängen, die auf Stoßionisation beruhen, reine Gase sich oft ganz anders verhalten als Gasgemische.

Der Stickstoff wurde durch Pyrogallol und glühendes Cu möglichst von Sauerstoff freigemacht und in einem mit P_2O_5 gefüllten Trockenreservoir aufgehoben. Allerdings zeigte Warburg²⁾, daß man auf diese Weise die letzten Reste Sauerstoff nicht entfernen kann. Vollkommene Reinheit erhielt er, indem er Stickstoff in Verbindung brachte mit metallischem Na, das durch die Glaswände bei höherer Temperatur in das Gefäß elektrolytisch eingeführt wurde. Dieser sehr saubere Stickstoff zeigt für das Kathodengefälle erheblich niedrigere Werte als der auf übliche Weise gereinigte. Für das Funkenpotential sind Versuche mit auf diese Art gereinigtem Na nicht ausgeführt.

Im übrigen ist die Versuchseinrichtung die nämliche wie sie in der vorhergehenden Arbeit beschrieben wurde, nur wurde mit einer Funkenstrecke allein gearbeitet.

Größere Mengen Wasserdampf wurden in die Apparatur dadurch eingeführt, daß diese mit einem Rohr verbunden wurde, das $CaCl_2$ enthielt.³⁾ Geringere Feuchtigkeitsgrade wurden durch Abschließen aller P_2O_5 -Trockenröhren erzeugt.⁴⁾

Das Resultat der Messung ist: Es wurde die gleiche Ab-

1) Edgar Meyer, Ann. d. Phys. **65**, S. 335. 1921.

2) E. Warburg, Ann. d. Phys. **40**, S. 6. 1890.

3) H. Stücklen, Ann. d. Phys. **65**, S. 369. 1921.

4) Edgar Meyer, a. a. O.

hängigkeit des Funkenpotentials von der Feuchtigkeit in Stickstoff gefunden, wie sie Meyer (a. a. O.) für Luft gefunden hat.

Da die Meßmethode hier nichts Neues bringt, und alle aufgenommenen Kurven übereinstimmend das gleiche Bild geben, möge es genügen, das Meßergebnis an Hand von zwei graphischen Darstellungen zu erläutern.

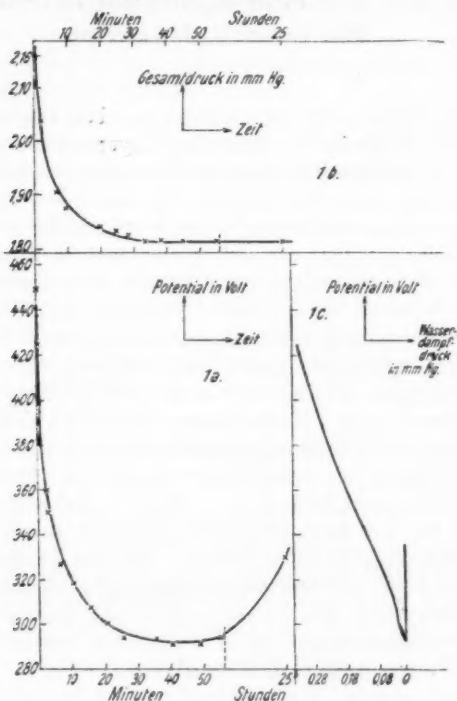


Fig. 1.

Im Versuch, den Fig. 1 wiedergibt, war einen kurzen Augenblick lang Wasserdampf vom CaCl_2 -Rohr her in das Meßgefäß geleitet und dann die Apparatur mit P_2O_5 verbunden worden. Fig. 1a zeigt, wie das Funkenpotential sich während dieser Austrocknung des Gases zeitlich ändert; der Gang mit dem Minimum ist der gleiche wie in der Luft.

Am Manometer konnte hierbei die Verminderung des

Wasserdampfdruckes verfolgt werden, der Druckabfall als Funktion der Zeit ist in Fig. 1b wiedergegeben.

Trägt man endlich das Funkenpotential auf als Funktion des aus Fig. 1b bestimmbaren Wasserdampf-Partialdruckes, so erhält man das Bild der Fig. 1c. Auch hier ist, wie in Luft vom Minimum an auf dem „trocknen Ast“, die Dampfmenge so gering, daß sie mit dem McLeod-Manometer, das $\frac{1}{100}$ mm abzulesen ermöglichte, nicht mehr festzustellen ist.

Dieser Gang während des Austrocknens der Apparatur, jenseits des Minimums auf dem „trocknen Ast“, ist nach einem anderen Versuch noch einmal in Fig. 2 wiedergegeben.

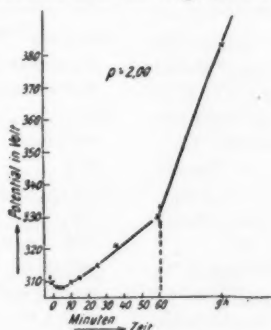


Fig. 2.

Man sieht, wie auch hier bei genügender Austrocknung die Entladespannung sehr hohe Werte annehmen kann. Von 308 Volt im Minimum steigt sie bis 384 Volt, wenn das Gas genügend getrocknet ist.

Zur endgültigen Bestimmung von Funkenpotentialen wird man also auch in Stickstoff außerordentlich auf einen möglichst geringen und reproduzierbaren Feuchtigkeitsgehalt zu achten haben.

Diese Untersuchung wurde im Anschluß an die vorangegangene Arbeit im Physikalischen Institut der Universität Zürich ausgeführt. Herrn Prof. Dr. Edgar Meyer spreche ich für sein stetes förderndes Interesse meinen besten Dank aus.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 19. August 1922.)

Namenregister zum Jahrgang 1922.

B.

- Bär, R., Über die scheinbaren Unterschreitungen des elektrischen Elementarquantums bei Ladungsmessungen an submikroskopischen Partikeln 67, 157.
- Becker, A., Über die Massenproportionalität der Kathodenstrahlabsorption bei mittleren Geschwindigkeiten 67, 428.
- Bergmann, L., Messungen im Strahlungsfelde eines Hertzschen und eines Abrahamschen ungedämpften Erregers 67, 13.
- Borelius, G., Über eine neue Art von Umwandlungen im Eisen. (Zweite Mitteilung) 67, 236. — Zur Theorie einer neuen Umwandlungserscheinung in Metallen 68, 67.
- Borelius, G. und F. Gunneson, Über eine neue Art von Umwandlungen in Eisen. (Erste Mitteilung) 67, 227.
- Born, F., Über Dampfdruckmessungen an reinem Argon 69, 473.
- Bucherer, A. H., Gravitation und Quantentheorie 68, 1. — Gravitation und Quantentheorie. II 68, 545.
- Byk, A., Zur Quantentheorie der Gase und Flüssigkeiten 69, 161.

D.

- Deutsch, W., Bewegung und Ladung der Elektrizitätsträger im Zylinderkondensator 68, 335.
- Dieterici, C., Das Refraktionsvermögen von Flüssigkeiten 67, 337.
- Dieterle, R. und K. R. Koch, Die Elastizität einiger Metalle und Legierungen bis zu Temperaturen, die ihrem Schmelzpunkt nahe liegen. B. Elastizitätsmodul 68, 441.

E.

- Einstein, A., Bemerkung zu der Franz Seletyschen Arbeit „Beiträge zum kosmologischen System“ 69, 436.
- Einstein, E., Zur Theorie des Radiometers 69, 241.
- Eötvös †, R. v., Pekár, D. und Fekete, E., Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität 68, 11.
- Esmarch, W., Eine Methode zur genauen Messung kleiner Widerstände 69, 255.

F.

- Faxén, H., Der Widerstand gegen die Bewegung einer starren Kugel in einer zähen Flüssigkeit, die

zwischen zwei parallelen ebenen Wänden eingeschlossen ist 68, 89.

Fekete, E., Eötvös †, R. v. und Pekár, D., Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität 68, 11.

Fischer, V., Eine Differentialform der Zustandsgleichung bei hohem Druck 69, 315.

Frivold, O. E., Einfluß kleiner Mengen von Eisen auf die Suszeptibilität diamagnetischer Elemente. (Zweite Mitteilung) 68, 356.

G.

Gans, R., Theorie der Thermionenströme 69, 385.

Gehrcke, E. und E. Lau, Über die Balmerreihe des Wasserstoffs (zweite Mitteilung). (Hierzu Taf. I) 67, 388.

Geitel, H., Die Proportionalität von Photostrom und Beleuchtung an sehr dünnen Kaliumschichten 67, 420.

Gieseler, H., Serienzusammenhänge im Bogenspektrum des Chroms 69, 147.

Glaser, L. C., Über das Spektrum des Beryllium und eine bemerkenswerte Beziehung desselben zu dem des Aluminium. (Hierzu Tafel I) 68, 73.

Göggel, K., Über die lichtelektrische Wirkung bei den Erdalkalischwefelphosphoren 67, 301.

Großkinsky, O. und M. Trautz, Die Messung der spezifischen Wärme C_v von Gasen mittels der Differentialmethode. I. Mitteilung 67, 462.

Gudden, B. und R. Pohl, Über den ZnS₂-Phosphor 68, 154.

Gunneson, F. und G. Borelius, Über eine neue Art von Umwandlungen in Eisen. (Erste Mitteilung) 67, 227.

H.

Hallwachs, W. M. Sende und H. Simon, Bemerkung zu dem Referat in den Physikalischen Berichten über unsere Arbeiten über „Lichtelektrizität als Funktion des Gasgehaltes“ 68, 551.

Harms, F. und H. Niebauer, Über einwillige Systeme mit gekoppelten Schwingungskreisen 68, 345.

Herweg, J. und G. Mie, Die Zahl der von sehr schwachen Röntgenstrahlen ausgelösten Elektronen 68, 120.

Herzfeld, K. F., Absolute Entropie und chemische Konstante 69, 54. — Zur Theorie des Kerr- und Faradayeffektes 69, 369.

Himstedt, F. und I. Wertheimer, Über den Einfluß des Druckes auf die Brechungsexponenten einiger organischer Flüssigkeiten 67, 395.

Hulshof, H., Über Spannungen und Drücke in Grenzflächen und Trennungsflächen eines Fluidums. Quellung 67, 278.

J.

Jaffé, G., Bemerkungen über die relativistischen Keplerellipsen 67, 212. — Grundriß einer Theorie des anisotropen Strahlungsfeldes 68, 583.

Johnson, J. B., Bemerkung zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums aus dem Schrotteffekt 67, 154.

Joos, G., Theorie des Elektronenröhrengenerators 69, 505.

K.

- Kalähne, A., Einwellige, gekoppelte Schwingungssysteme 69, 439.
- Kapzow, N., Über die Diffraktion Hertzscher Wellen in einem Raumgitter 69, 112.
- Kartschagin, W., Über die selektive Absorption elektromagnetischer Wellen in Eisendrähnen und über die magnetische Permeabilität des Eisens 67, 325.
- Kirchner, F., Strukturuntersuchungen mit Röntgenstrahlen. (Hierzu Tafel 1) 69, 59.
- Koch, K. R. und R. Dieterle, Die Elastizität einiger Metalle und Legierungen bis zu Temperaturen, die ihrem Schmelzpunkt naheliegen. B. Elastizitätsmodul 68, 441.
- Kratzer, A., Die Gesetzmäßigkeiten der Bandensysteme 67, 127.
- Krüger, F. und E. Marschner, Die Tonbildung bei Pfeifen mit kreisförmigem Spalt durch periodische Ablösung von Kreiswirbeln 67, 581.
- Kulenkampff, H. und E. Wagner, Die Intensität der Reflexion von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge an Kalkspat und Steinsalz 68, 369.
- Kulenkampff, H., Über das kontinuierliche Röntgenspektrum 69, 548.

L.

- Lau, E. und E. Gehrcke, Über die Balmererie des Wasserstoffs (zweite Mitteilung). (Hierzu Tafel I) 67, 388.
- Lenard, P., Über die Lichtwirkung auf Zinksulfid 68, 553.

- Lindman, K. F., Über die durch ein aktives Raumgitter erzeugte Rotationspolarisation der elektromagnetischen Wellen 69, 270.

M.

- Marschner, E. und F. Krüger, Die Tonbildung bei Pfeifen mit kreisförmigem Spalt durch periodische Ablösung von Kreiswirbeln 67, 581.
- Marx, E., Charakteristik und Theorie der Lautverstärkung in Entladungsröhren mit höherem Gasdruck 67, 77.
- Meyer, E., Zur Deutung des Einflusses eines transversalen Magnetfeldes auf das Funkenpotential 67, 1.
- Mie, G. und J. Herweg, Die Zahl der von sehr schwachen Röntgenstrahlen ausgelösten Elektronen 68, 120.
- Mie, G., Träge und schwere Masse 69, 1.
- Mohorovičić, S., Beziehungen zwischen den Lorentzschen und den Galileischen Transformationsgleichungen 67, 320.
- Müller, K. E., Ein Beitrag zur Theorie der Elektrizitätsströmung in anisotropen Körpern 67, 201.

N.

- Neuburger, M. C., Der Feinbau der Atomkerne und die Veränderung des Coulombschen Gesetzes im Innern der Kerne. I. Die Atomkerne von Lithium und Isohelium 68, 574.
- Niebauer, H. und F. Harms, Über einwellige Systeme mit gekoppelten Schwingungskreisen 68, 345.

0.

Oldenberg, O., Zur Feinstruktur der Balmerserie 67, 69. — Die Feinstruktur der roten Wasserstofflinie und ihr Zeemaneffekt 67, 253.

Oseen, C. W., Die Einsteinsche Nadelstichstrahlung und die Maxwell'schen Gleichungen 69, 202.

P.

Pauli jr., W., Über das Modell des Wasserstoffmoleküls 68, 177.

Pedersen, P. O., Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Lichtberg'schen Figuren und ihre Verwendung zur Messung sehr kurzer Zeiten. (Hierzu Tafel II und III) 69, 205.

Pékár, D., R. v. Eötvös† und E. Fekete, Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität 68, 11.

Pohl, R. und B. Gudden, Über den ZnScu-Phosphor 68, 154.

R.

Rasch, G., Über die Verwendung von Mehrphasensystemen höherer Ordnungszahl zur Fernübertragung elektrischer Energie 67, 359.

Romanoff, W., Über selektive Absorption elektrischer Wellen in Dielektrika 69, 125.

Rosenberg, J., Ein Beitrag zur Theorie der Lichtzerstreuung kugelförmiger Medien und Berechnungen für das nach zweimaliger Innenreflexion austretende Lichtbüschel. (Gekürzte Leipziger Dissertation) 68, 414.

S.

Schaefer, C., Über Gesetzmäßigkeiten ultraroter Spektren und ein Versagen der klassischen Dispersionstheorie 67, 407.

Schleede, A. und E. Tiede, Über mit seltenen Erdmetallen aktivierte Magnesiumsulfidphosphore. Experimentalstudie 67, 573.

Schottky, W., Zur Berechnung und Beurteilung des Schrotteffektes. (Bemerkungen zu der Notiz von Hrn. J. B. Johnson) 68, 157. — Zur statistischen Fundamentierung der chemischen Thermodynamik 68, 481.

Seeliger, R., Über die Lichtemission der Glimmentladung 67, 352.

Seidel, W. und M. Trautz, Über die Lumineszenz zerfallenden Ozons 67, 527.

Selety, F., Beiträge zum kosmologischen Problem 68, 231.

Sende, M., W. Hallwachs und H. Simon, Bemerkung zu dem Referat in den Physikalischen Berichten über unsere Arbeiten über „Lichtelektrizität als Funktion des Gasgehaltes“ 68, 551.

Simon, F., Untersuchungen über die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen 68, 241.

Simon, H., M. Sendé und W. Hallwachs, Bemerkung zu dem Referat in den Physikalischen Berichten über unsere Arbeiten über „Lichtelektrizität als Funktion des Gasgehaltes“ 68, 551.

Stoll, E., Die Dispersion der Luft und ihrer Hauptbestandteile im Spektralintervall: 4388–9224 Å.-E. 69, 81.

Stücklen, H., Beobachtungen über das Funkenpotential 69, 597. — Über den Einfluß von geringen Mengen Wasserdampf auf das Funkenpotential im Stickstoff 69, 625.

Suhrmann, R., Rote Grenze und spektrale Verteilung der Licht-

elektrizität des Platins in ihrer Abhängigkeit vom Gasgehalt 67, 43.

Szivessy, G., Der Temperaturkoeffizient der magnetischen Doppelbrechung 68, 127. — Über die Temperaturabhängigkeit der Dispersion der magnetischen Doppelbrechung 69, 231.

Szolnoki, I., Die Anwendung des Eötvöseffekts im bewegenden Sonnensystem 67, 73.

T.

Theodortschik, K. und B. Wwedensky, Über die Abhängigkeit der Permeabilität der Eisendrähte von der Frequenz im Wellenlängenbereich von 54 bis 705 m 68, 463.

Tiede, E. und A. Schleede, Über mit seltenen Erdmetallen aktivierte Magnesiumsulfidphosphore. Experimentalstudie 67, 573.

Tomaschek, R., Zur Kenntnis der Borsäurephosphore 67, 612.

Trautz, M. und O. Großkinsky, Die Messung der spezifischen Wärme C_p von Gasen mittels der Differentialmethode. I. Mitteilung 67, 462.

Trautz, M. und W. Seidel, Über die Lumineszenz zerfallenden Ozons 67, 527.

W.

Wagner, E. und H. Kulenkampff, Die Intensität der Reflexion von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge an Kalkspat und Steinsalz 68, 869.

Wehrli, M., Funkenpotentiale im transversalen Magnetfelde 69, 285.

Weissenberg, K., Statistische Anisotropie in kristallinen Medien und ihre röntgenographische Bestimmung 69, 409.

Wentzel, G., Zur Theorie der Streuung von β -Strahlen 69, 335.

Wertheimer, I. u. F. Himstedt, Über den Einfluß des Druckes auf die Brechungsexponenten einiger organischer Flüssigkeiten 67, 395.

Wiedemann, E., Über al Kindis Schrift über Ebbe und Flut 67, 374.

Wien, W., Über eine Methode zur Trennung der Bogen- und Funkenlinien der Emissionsspektren 69, 325.

Wwedensky, B. und K. Theodortschik, Über die Abhängigkeit der Permeabilität der Eisendrähte von der Frequenz im Wellenlängenbereich von 54 bis 705 m 68, 463.

-
-
-
a
,
e
a
-
r
.
i,
s.
a
a
s
,
-
-
-
a
s





HARTMANN & BRAUN A.-G.

Fabrik elektrischer Meßgeräte.

Frankfurt am Main.



Induktions-Normalien

fest und veränderlich.



1:7



Max Kohl A. G. Chemnitz

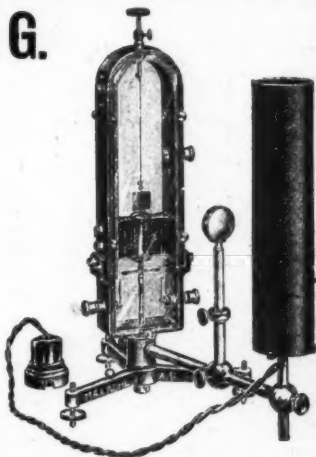
Physikalische Apparate

Technische Modelle

**Hörsaal- und
Laboratorien-Möbel**

Funken-Induktoren

Projektions - Apparate



Nr. 61392. Vorlesungs-Drehpul-
Spiegel-Galvanometer.

7/7.]

Elektrische **Messgeräte**



für den
**Laboratoriums-
Gebrauch**



Siemens & Halske AG
WERNERWERK · SIEMENSSTADT BEI BERLIN

LEITZ



MIKROSKOPE

für alle wissenschaftlichen Untersuchungen
im gewöhnlichen u. polarisierten Licht
Binokular-Mikroskope · Lupen u. Lupenmikroskope
Mikroskopische Nebenapparate
insbesond. für Dunkelfeld- u. Ultramikroskopische Untersuchungen
Mikrophotographische- u. Projektions-Apparate
Prismen - Fernrohre

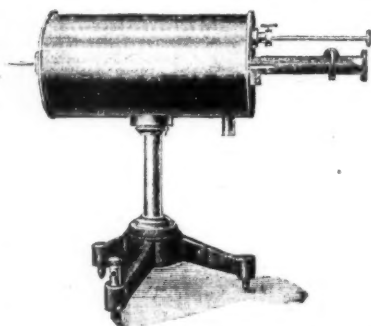
ERNST LEITZ OPTISCHE WERKE **WETZLAR**

Man verlange Sonderliste: Mikro 289

Spindler & Hoyer G.m.b.H.
Mechanische und optische Werkstätten
GÖTTINGEN 14

Apparate für radioaktive und luftelektrische Messungen

Normalbatterie für elektrostatische Messungen



Kondensatoren

Mikrowage
nach Nernst

Erdbeben-
Registrierapparate
nach Wiechert

Kino-Optik

Lupen

Schüler-Mikroskope

Registrierendes
Mikro-Photometer

nach Hartmann oder Koch-Goos
kauft neu oder gebraucht

JANKE & KUNKEL

Köln a. Rh.

Arthur Pfeiffer, Wetzlar 0

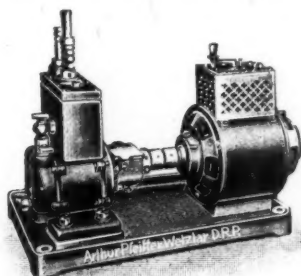
Fabrik für physikalische, chemische
Gegründet 1890 und technische Apparate Gegründet 1890

Pfeiffer's

Hoch-Vakuum-Pumpen für Wissenschaft und Technik

für Saugleistungen bis 30 cbm stünd-
lich und Vakua bis $\frac{1}{1000000}$ mm Hg

Neuheit! Quecksilber-Dampfstrahlpumpe Neuheit!
nach System Pfeiffer (D. R. P. angem.) ganz aus Stahl.



Rotierende Kapsel-Öl-Luftpumpe D. R. P.
mit Elektromotor direkt gekuppelt.

Eigene Spezial-Fabrikation von Funkeninduktoren
von 4—1000 mm Funkenlänge

Eingetragene



Fabrik-Märke



Induktoren
mit Demon-
strations-
schaltung.

Alle
Nebenapparate.

Listen auf Verlangen!

E. Leybold's Nachfolger A.-G.

Zweigniederlassung:
Berlin NW 7,
Dorotheenstraße 53

Köln a. Rh.
Brüderstraße 7

Telegrammadresse:
Scientia Cöln
Scientia Berlin

Fabrik physikalischer Apparate



Absolutes Elektrometer nach Braun
bis zu Spannungen von 10000 Volt

Vakuumpumpen nach GAEDE aller Systeme

Ausführliches Preisverzeichnis mit Literaturangaben,
enthaltend 16000 Nummern, wird auf Wunsch übersandt

